PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 6. 15. März 1913. Redaktionsschluß für No. 7 am 15. März 1913. 14. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:
G. Wulff, Über die Kristallröntgenogramme. S. 217.
L. Mandelstam u. H. Rohmann, Reflexion der Röntgenstrahlen. S. 220.
H. Faßbender u. E. Hupka, Nachweis von Schwingungen erster und zweiter Art am Poulsenbogen. S. 222.
J. Zenneck, Momentaufnahmen mit der Braunschen Röhre. S. 226.
E. Riecke, Bemerkung zu dem Problem der Schichtung in Geißlerschen Röhren. S. 230.
S. Oppenheim, Zur Analyse von Abklingungskurven. S. 230.
J. Koenigsberger u. G. Gottstein, Über den Halleffekt. S. 232.
C. Mülly, Über Elektrometer von hoher Empfindlichkeit. S. 237.
G. Neumann, Eine einfache photometrische Methode zur Ausmessung der Schwärzung photographischer Platten. S. 241.
F. Dessauer, Erzeugung harter Röntgenstrahlen. S. 246.
B. Glatzel, Die Entwicklung der modernen Sendemethoden in der drahtlosen Telegraphie. S. 247.
E. H. Kennard, Dielektrika und unipolare Induktion. S. 250.
S. J. Barnett, Unipolare Induktion und Relativbewegung. S. 251.
Th. v. Kármán, Näherungslösungen von Problemen der Elastizitätstheorie. S. 253.
H. Lorenz, Erwiderung. S. 254.

Besprechungen:
Danmarks Expeditionen til Grønland Nordostkyst 1906—1908. S. 254.
Méchain u. Delambre, Grundlagen des dezimalen metrischen Systems. S. 255.
Borda u. Cassini, Versuche über die Länge des Sekundenpendels in Paris. S. 255.
E. Anding, Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum. II. S. 255.
J. Domke u. E. Reimerdes, Handbuch der Aräometrie. S. 256.
Kants gesammelte Schriften. XIV. Reflexionen zur Geometrie, Physik und Chemie, physischen Geographie. S. 257.
R. Mayer, Die Mechanik der Wärme. S. 257.

Berichtigung. S. 257.
Tagesereignisse.
Vorträge aus dem Gebiet der kinetischen Theorie der Materie, veranstaltet von der Wolfskehlstiftung in Göttingen.
M. Planck, Die gegenwärtige Bedeutung der Quantenhypothese für die kinetische Gastheorie. S. 258.
P. Debye, Zustandsgleichung und Quantenhypothese. S. 258.
W. Nernst, Zur Theorie des festen Aggregatzustandes. S. 260.
M. v. Smoluchowski, Gültigkeitsgrenzen des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie. S. 261.
A. Sommerfeld, Probleme der freien Weglänge. S. 262.
H. A. Lorentz, Anwendung der kinetischen Theorien auf Elektronenbewegung. S. 263.
Personalien. S. 264.
Angebote. S. 264.
Gesuche. S. 264.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Kristallröntgenogramme.

Von Georg Wulff.

1. Die der Untersuchung von M. Laue, W. Friedrich und P. Knipping[1]) über die Interferenz der Röntgenstrahlen beigegebenen Photogramme sind jetzt wohl allbekannt geworden. Ich möchte sie „Kristallröntgenogramme" nennen. Der sie erzeugenden Erscheinung wurden zwei verschiedene Theorien vorgelegt — von M. Laue[2]) und von J. Stark[3]). Die Theorie von J. Stark entspricht bei näheren Betrachtungen nicht genau den Tatsachen. Wenn wir mit J. Stark annehmen, daß die schwarzen Punkte des Kristallröntgenogramms den „Kristallschächten" entsprechen, so sollten diese Punkte 1. den Richtungen mit einfachen kristallographischen Symbolen (Koordinaten) entsprechen, 2. auf den gewissen Geraden liegen (nach Zonen geordnet sein) und 3. sollten die Durchschnittspunkte dieser Geraden auch mit schwarzen Punkten besetzt sein. Bei der näheren Untersuchung der Kristallröntgenogramme wird keine der obigen Bedingungen befriedigt, und wenn die zwei ersteren doch annähernd befriedigt werden, so steht die dritte in auffallendem Widerspruche mit den Tatsachen. Ich werde also den folgenden Erläuterungen die Theorie von M. Laue zugrunde legen.

2. M. Laue kommt zu den folgenden Resultaten seiner theoretischen Betrachtungen. Die von dem primären Röntgenstrahle getroffenen Kristallmoleküle werden zu Schwingungszentra, und die von ihnen ausgesandten Wellen interferieren untereinander. Die schwarzen Punkte des Kristallröntgenogramms entsprechen den entstandenen Richtungen der maximalen Helligkeit. Beziehen wir die ganze Erscheinung auf das rechtwinklige Koordinatensystem, dessen Anfang in einem Punkte des Raumgitters des Kristalls liegt, durch den der primäre Strahl geht, und nennen wir a_{1x}, a_{1y}, a_{1z}, a_{2x}, a_{2y} .... die Projektionen der Kanten a_1, a_2, a_3 des Elementarparallelepipeds des Raumgitters auf die Koordinatenachsen, α_0, β_0, γ_0 die Richtungskosinus des primären Strahles und α, β, γ diejenigen des Helligkeitsmaximums, so kommen wir nach M. Laue zu den folgenden Gleichungen, die die Richtung des Helligkeitsmaximums bestimmen:

1) Sitz.-Ber. der K. Bayerischen Akad. d. Wiss. 1912.
2) Loc. cit.
3) Diese Zeitschr. **13**, 973, 1912.

$$\begin{aligned} a_{1x}\alpha + a_{1y}\beta + a_{1z}\gamma &= h_1\lambda + a_{1x}\alpha_0 + a_{1y}\beta_0 \\ &\quad + a_{1z}\gamma_0, \\ a_{2x}\alpha + a_{2y}\beta + a_{2z}\gamma &= h_2\lambda + a_{2x}\alpha_0 + a_{2y}\beta_0 \\ &\quad + a_{2z}\gamma_0, \\ a_{3x}\alpha + a_{3y}\beta + a_{3z}\gamma &= h_3\lambda + a_{3x}\alpha_0 + a_{3y}\beta_0 \\ &\quad + a_{3z}\gamma_0. \end{aligned} \tag{1}$$

Hier ist λ die Wellenlänge und h_1, h_2, h_3 drei willkürliche ganze Zahlen.

Nun ziehen wir unmittelbar eine weitere Folgerung aus diesen Gleichungen. Multiplizieren wir die Gleichungen mit je einer ganzen Zahl ξ, η, ζ, die prim zueinander sind, und addieren.

Wir kommen zu der Gleichung:

$$\begin{aligned} &(\xi a_{1x} + \eta a_{2x} + \zeta a_{3x})\,\alpha + (\xi a_{1y} + \eta a_{2y} + \zeta a_{3y})\,\beta + \\ &+ (\xi a_{1z} + \eta a_{2z} + \zeta a_{3z})\,\gamma = \lambda(\xi h_1 + \eta h_2 + \zeta h_3) + \\ &+ (\xi a_{1x} + \eta a_{2x} + \zeta a_{3x})\,\alpha_0 + (\xi a_{1y} + \eta a_{2y} + \\ &+ \zeta a_{3y})\,\beta_0 + (\xi a_{1z} + \eta a_{2z} + \zeta a_{3z})\,\gamma_0. \end{aligned} \tag{2}$$

Die Größe

$$\xi a_{1i} + \eta a_{2i} + \zeta a_{3i}$$

ist die Summe der Projektionen der drei Kanten eines Parallelepipeds auf die entsprechende Koordinatenachse. Es ist also die Projektion der Diagonale dieses Parallelepipeds auf diese Achse. Das auf den Kanten ξa_1, ηa_2, ζa_3 konstruierte Parallelepiped hat als Diagonale die Punktreihe des Raumgitters, deren kristallographisches Symbol $[\xi\eta\zeta]$ ist. Die Länge der Diagonale, die den Abstand der benachbarten Punkte dieser Reihe bestimmt — der Parameter der Punktreihe $[\xi\eta\zeta]$ —, wollen wir durch P bezeichnen. Bezeichnen wir noch den Kosinus dieser Diagonale mit dem primären Strahle durch ω_0 und mit dem Helligkeitsmaximum durch ω, so können wir die Gleichung (2) in der von dem Koordinatensystem unabhängigen Form schreiben:

$$P(\omega - \omega_0) = \lambda(\xi h_1 + \eta h_2 + \zeta h_3). \tag{3}$$

Da $(\xi h_1 + \eta h_2 + \zeta h_3)$ ganze Zahl ist, so kann diese Gleichung folgendermaßen gelesen werden: „Jede Punktreihe des Raumgitters (jede kristallographisch mögliche Kante des Kristalls) wird zur Achse von Helligkeitsmaxima, die eine Schar Kegel bilden. Jedem Kegel entspricht der Gangunterschied von gerader Anzahl Wellenlängen, die der Differenz der Projektionen des Parameters der Punktreihe auf die Erzeugende des Kegels und auf den primären Strahl gleich ist."

3. Zwischen diesen Kegeln der maximalen Helligkeit zeichnen sich diejenigen aus, die dem Gangunterschiede Null entsprechen. Solche Kegel werde ich „Nullkegel" nennen. Die Bedingung für diesen Kegel ist

$$\xi h_1 + \eta h_2 + \zeta h_3 = 0. \tag{4}$$

Diese Bedingung, in Worten gefaßt, kann folgendermaßen lauten:

„Die Achsen der Nullkegel sind die Punktreihen des Raumgitters, die in einer Netzebene (in einer möglichen Kristallfläche) liegen. Diese Ebene hat das kristallographische Symbol $(h_1h_2h_3)$, wo die Zahlen $h_1h_2h_3$ vom gemeinschaftlichen Divisor befreit sein sollen. Alle Kegel haben außer dem primären Strahle noch eine gemeinschaftliche Erzeugende, die das Hauptnullmaximum bildet. Dieses Hauptmaximum ist zugleich das Helligkeitsmaximum der Netzebene $(h_1h_2h_3)$ und ist von der Ordnung Null. Da dieses Maximum durch das Zusammensetzen einer ganzen Schar Maxima gebildet wird, die den einzelnen in der Netzebene gelegenen Punktreihen entsprechen, so übertrifft seine Helligkeit bei weitem die Helligkeit der einzelnen Komponenten. Es liegt nahe vorauszusetzen, daß auf den Photogrammen nur dieses Maximum sichtbar wird, so daß die Punkte der Kristallröntgenogramme die Nullmaxima der Netzebenen des Raumgitters vorstellen. Ich werde deshalb die Punkte der Kristallröntgenogramme auch Nullpunkte nennen.

Aus dem oben Gesagten folgt unmittelbar, daß die Nullpunkte auf den Ellipsen (Nullellipsen) liegen sollen, die durch den Mittelpunkt der Interferenzfigur gehen[1]). Da die Netzebenen in den Punktreihen des Gitters sich schneiden, so müssen die Nullellipsen durch mehrere den verschiedenen Netzebenen entsprechende Nullpunkte gehen.

4. Wir sind jetzt zur Möglichkeit gekommen, die Kristallröntgenogramme mit dem Raumgitter des Kristalls in einen einfachen Zusammenhang zu bringen. Tragen wir die Nullpunkte auf die Kugeloberfläche auf. Es sei (Fig. 1)

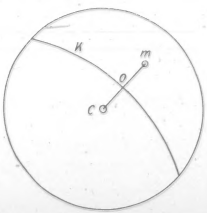


Fig. 1.

1) Solche Nullellipsen sind sehr gut auf dem Photogramm, Fig. 8, Tafel III, der zitierten Arbeit von M. Laue, W. Friedrich und P. Knipping sichtbar. Dem Verfasser des vorliegenden Aufsatzes ist es neulich gelungen, durch alle Punkte der Fig. 5, Tafel II und der Fig. 7, Tafel III Nullellipsen zu ziehen; somit ist es bewiesen, daß diese Punkte wirklich Nullmaxima vorstellen.

C der Mittelpunkt der Interferenzfigur und m ein Nullpunkt. Durch C und m gehen Nullkegel durch, deren Achsen auf einer Netzebene K liegen, die den Bogen Cm senkrecht halbiert. Das ist die Netzebene, die das Maximum m zum Nullmaximum hat. Auf diese Weise ist jedes Kristallröntgenogramm in eine stereographische Projektion des Kristalls leicht zu verwandeln. Die Anwendung auf die Kristallstruktur ist naheliegend.

5. Bleiben wir bei den rechtwinkeligen Koordinatenachsen und bei der ebenen Projektion, so kommen wir zu der Beziehung zwischen den Kordinaten u, v, w der Normale der Netzebene und den Koordinaten x, y, z des dieser Ebene entsprechenden Helligkeitsmaximums. Es sei ON (Fig. 2) die Normale der Netzebene OE, Om —

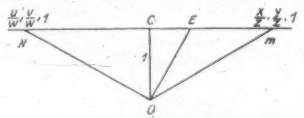


Fig. 2.

die Richtung des dieser Ebene entsprechenden Maximums und Nm die Ebene des Röntgenogramms im Abstande 1 vom Koordinatenanfang O. Da der Winkel COE den Winkel EOm gleich ist, so bekommen wir leicht die Beziehung

$$\frac{2w\sqrt{u^2+v^2}}{u^2+v^2-w^2} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}.$$

Diese Gleichung wird erfüllt, wenn

$$x : y : z = 2uw : 2vw : (u^2+v^2-w^2). \quad (5)$$

Das ist aber die Beziehung, die M. Laue zwischen den Koordinaten des Helligkeitsmaximums und den Zahlen h_1, h_2, h_3 gefunden hat. Daraus ersehen wir, daß

$$u : v : w = h_1 : h_2 : h_3 \quad (6)$$

6. Wir sind jetzt imstande, die von W. L. Bragg[1]) beobachtete Erscheinung zu erklären, die er für die Reflexion der Röntgenstrahlen hielt. Wir müssen dabei berücksichtigen, daß die Kristallmoleküle die Wellen nach allen Seiten aussenden, daß also die Erscheinung in der Interferenz der Eigenstrahlung der Moleküle besteht.

Wenn eine Kristallfläche oder eine Spaltungsfläche des Kristalls K (Fig. 3) gegen den primären Strahl SS_0 um den Winkel SON geneigt ist, wo ON die Normale der Fläche ist und wenn Ph die photographische Platte ist, so muß es einen Nullkegel S_0Om und ein Maximum m geben. Das Maximum m muß also

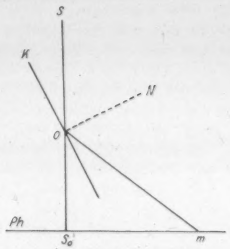


Fig. 3.

so gelegen sein, daß der Winkel SON gleich mON ist, und daß die Flächennormale ON in der Ebene von SO und Om liegt. Wir haben hier die Erscheinung, die mit der Reflexion formell identisch ist, die aber auch in den durchgehenden Strahlen beobachtet werden soll, da der Winkel CO (Fig. 1) dem Winkel Om gleich ist und da die Ebene Cm senkrecht auf K steht (die Normale von K enthält). Man kann also die ganze Erscheinung als die Reflexion des primären Strahles an den Netzebenen des Raumgitters auffassen, unabhängig davon, ob diese Netzebenen die äußere Begrenzung des Kristalls bilden, oder im Inneren desselben durchlaufen.

7. Spezialisieren wir jetzt unsere Betrachtungen auf den von M. Laue näher untersuchten Fall des kubischen Raumgitters, und zwar auf den Fall, wo der primäre Strahl parallel einer Würfelkante geht. Es seien das Nullmaximum einer Netzebene $(h_1h_2h_3)$ und die Punktreihe $[\xi\eta\zeta]$, die nicht in der Ebene $(h_1h_2h_3)$ liegt, gegeben. Für diesen Fall haben wir

$$P = a\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}$$

und

$$\omega_0 = \frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}}.$$

Wenn wir noch die Beziehung (5) berücksichtigen, die zwischen den Koordinaten der Normale der Netzebene und denjenigen ihres Maximums bestehen, so bekommen wir für ω die Formel

$$\omega = \frac{2h_1h_2\xi + 2h_2h_3\eta + (h_1^2+h_2^2-h_3^2)\zeta}{(h_1^2+h_2^2+h_3^2)\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}}.$$

Tragen wir diese Werte von P, ω_0 und ω ins (3) ein, so bekommen wir den Ausdruck

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{2h_3}{h_1^2+h_2^2+h_3^2}, \quad (7)$$

den schon M. Laue gefunden hat. Dieser Ausdruck sagt, daß das Nullmaximum einer Netzebene aus den Wellen besteht, deren

1) Nature 90, 410, 1912.

Länge von den Koordinaten der Netzebene abhängt. Um diesen Zusammenhang zwischen der Netzebene und der Wellenlänge näher zu enthüllen, wollen wir zuerst die Zahlen h_1, h_2, h_3 von dem gemeinschaftlichen Divisor befreien, da diese Zahlen gemäß der Gleichungen (1) nicht prim zueinander zu sein brauchen. Indem wir diesen Divisor mit m bezeichnen, bekommen wir die Formel

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{2h'_3}{m(h'^2_1 + h'^2_2 + h'^2_3)}.$$

Diesen Ausdruck schreiben wir weiter in der Form

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{m} \cdot \frac{a^3}{a^2\sqrt{h'^2_1 + h'^2_2 + h'^2_3}} \cdot \frac{h'_3}{\sqrt{h'^2_1 + h'^2_2 + h'^2_3}}.$$

Die Größe $a^2\sqrt{h'^2_1 + h'^2_2 + h'^2_3}$ ist der Flächeninhalt des elementaren Parallelogramms der Netzebene $(h_1 h_2 h_3)$, und a^3, dividiert durch diesen Flächeninhalt, ist gleich dem Abstande zweier benachbarten Netzebenen. Wir bezeichnen diesen Abstand durch $\triangle$. Der Faktor $h'_3/\sqrt{h'^2_1 + h'^2_2 + h'^2_3}$ ist der Kosinus des Winkels zwischen der Normale der Netzebene und dem primären Strahle. Wir bezeichnen ihn durch ε. Als Resultat bekommen wir die Formel:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\triangle \varepsilon}{m}. \tag{8}$$

Die Wellen werden also durch das Raumgitter sozusagen filtriert. Jedes Nullmaximum enthält eine harmonische Reihe von Wellen, deren halbe Grundwelle gleich der Projektion der Schichtendicke des Raumgitters nach dieser Netzebene auf die Richtung des primären Strahles ist.

Wir kommen also zu dem Resultate, daß die Erscheinung wesentlich von der Lage des Kristalls gegen den einfallenden primären Strahl abhängt, und daß also jeder Lage des Kristalls eine besondere Interferenzfigur und ein besonderes Kristallröntgenogramm entsprechen kann. Das erklärt die Notwendigkeit, die Kristallplatte genau zu justieren, um dasselbe Bild zu bekommen; das erklärt auch, warum die beiden Fig. 7 und 8 der Abhandlung von M. Laue, W. Friedrich und P. Knipping, die nur um eine Neigung von 3° derselben Kristallplatte sich unterscheiden, in einer so auffallenden Weise verschieden sind. Das aber verhindert uns in keiner Weise, jedesmal das Kristallröntgenogramm in den einfachen Zusammenhang mit dem Raumgitter des Kristalls zu bringen, wie es oben erläutert wurde.

Moskau, Kristallographisches Laboratorium der städtischen Schaniawski-Universität.

(Eingegangen 3. Februar 1913.)

Reflexion der Röntgenstrahlen.

Von L. Mandelstam und H. Rohmann.

Nach einer Mitteilung in der „Nature" hat Bragg[1]) eine Reflexion der Röntgenstrahlen an Glimmer gefunden. Eine Wiederholung dieser Versuche zeigte, daß die Reflexion dann besonders stark wird, wenn man den Glimmer irgendwie verletzt oder aufsplittert. Solche Verletzungen treten immer auf beim Schneiden des Glimmers, vom Rand her erstreckt sich dann eine lädierte Zone ins Innere des Blattes. Läßt man nun den Röntgenstrahl so auf das Blatt fallen, daß der Rand noch getroffen wird (vgl. die schematische Fig. 1), so sieht man

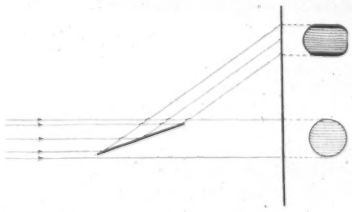


Fig. 1.

im reflektierten Bild die dem Rand entsprechenden Stellen in der photographischen Aufnahme besonders dunkel.

Verletzt man das Glimmerblatt, indem man auf ihm die bekannten Schlagfiguren hervorbringt, so sind wieder im reflektierten Bild die den verletzten Stellen entsprechenden Stellen besonders stark geschwärzt. Ähnliche Erscheinungen treten auf beim Gips, der sehr starke Reflexion zeigt.

Soweit es die Aufnahmen zu beurteilen gestatten, ist die verstärkte Reflexion nicht bloß auf den auch im sichtbaren Licht als aufgesplittert erkennbaren Teil der Platte beschränkt, sondern erstreckt sich auf einen gewissen Bereich um den verletzten Teil.

Man wird also schließen dürfen, daß auch bei der ganz unverletzt erscheinenden Kristallplatte die Reflexion der Röntgenstrahlen nicht bloß an der Oberfläche, sondern auch an den zu ihr parallelen unsichtbaren Spaltflächen im Kristall stattfindet.

Übrigens ist die Existenz solcher unsichtbaren Spaltflächen durch die Untersuchungen von Siedentopf[2]) beim Steinsalz festgestellt. Bei Gips hat man bekanntlich Spaltbarkeit

1) Bragg, Nature, Dezember 1912.
2) H. Siedentopf, diese Zeitschr. **6**, 858, 1905.

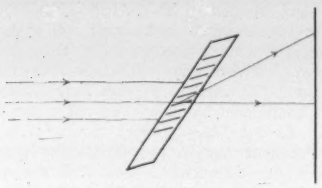


Fig. 2.

nach mehreren Flächen. Orientiert man nun ein Gipsblatt in der durch Fig. 2 dargestellten Weise gegen den auffallenden Röntgenstrahl (die Schraffierung soll die Lage einer Spaltfläche angeben), dann erhält man auf der photographischen Aufnahme einen entsprechenden Fleck, der sich ungezwungen deuten läßt als hervorgerufen durch Reflexion an den betreffenden Spaltflächen. Soweit man beurteilen kann, sind dabei die Reflexionsgesetze erfüllt.

Auf der photographischen Aufnahme sind nun immer eine ganze Anzahl mehr oder weniger starker Flecke vorhanden. Die Lage dieser Flecke ist abhängig von der Orientierung des Röntgenstrahls gegen den Kristall. Bei Glimmer z. B. erhält man bei geeigneter Orientierung eine Anordnung von drei Flecken rund um den durchgehenden Strahl. Das entspräche seiner Kristallform, und man wird annehmen dürfen, daß die Flecke durch eine Reflexion an inneren Spaltflächen hervorgerufen werden, zumal auch hier die Intensität durch Aufsplittern vergrößert wird.

Es drängt sich so die Vermutung auf, daß auch die von Friedrich, Knipping und Laue[1]) beobachteten Erscheinungen, die von Laue als Beugungserscheinungen gesucht und gedeutet wurden, wenigstens zum Teil zu erklären sind durch Reflexion an optisch unsichtbaren Spaltflächen.

Es lag daher nahe, zuzusehen, inwieweit sich die Laueschen Photographien quantitativ erklären lassen durch Reflexion an bereits bekannten Flächen der Kristalle. Bei Zinkblende ergibt sich für einige Flächen eine ganz gute Übereinstimmung.

Nimmt man an, daß die Koordinatenrichtungen x und y der Laueschen Fig. 6 den Kristallachsen parallel sind, so entsprechen auf Fig. 5 die 8 Flecke, welche den zweitengsten dunklen Kreis bilden, einer Reflexion an Flächen 505, wie man durch graphische Konstruktion verifiziert, ferner sind Punkte vorhanden entsprechend 404, 20 und 30. An Zinkblende sind diese Flächen beobachtet. Auch für weitere Flecke finden sich Flächen, die kristallographisch möglich wären.

Aus unserer Anschauung erklärt sich auch die Tatsache, daß man Beugungserscheinungen im allgemeinen nur in kleineren Winkelabständen vom durchgehenden Strahl beobachtet. Wie schon Bragg gezeigt hat, nimmt nämlich die Intensität der Reflexion mit dem Einfallswinkel stark ab.

Auch würde sich die Tatsache, daß die Beugungsflecke bei einer kleinen Richtungsänderung des einfallenden Strahls verschoben werden, ganz ungezwungen erklären. Allerdings läßt sich darüber aus den Laueschen Photographien nichts Quantitatives sagen, da die Art der Richtungsänderung nicht angegeben ist. Für eine bestimmte Annahme würde sich allerdings nur annähernde Übereinstimmung ergeben.

Inwieweit die dargelegten Anschauungen geeignet sind, die sämtlichen beobachteten Erscheinungen zu erklären, entzieht sich vorläufig noch der Beurteilung. Es erschien uns aber doch wünschenswert, auf eine derartige Erklärungsmöglichkeit hinzuweisen, die, soviel wir sehen, mit den Tatsachen nicht im Widerspruch steht.

Anmerkung bei der Korrektur. Wir haben erst inzwischen nähere Kenntnis erhalten von den Ansichten, die sich W. H. und W. L. Bragg über die Entstehung der von Friedrich, Knipping und Laue beobachteten Beugungserscheinungen der Röntgenstrahlen gebildet haben, sowie von entsprechenden Versuchen von C. G. Barkla und G. H. Martyn.

Die Herren W. H. und W. L. Bragg nehmen an, „that any plane within the crystal, which is ‚rich' in atoms, can be looked on as a reflecting plane" (Nature, 28. November 1912, S. 360), „and that the spots in Laues crystallographs can be shown to be due to partial reflection of the incident beam in sets of parallel planes in the crystal on which the atom centres may be arranged, the simplest of which are the actual cleavage planes of the crystal" (Nature, 12. Dezember 1912, S. 410).

Der Unterschied zwischen dieser Ansicht, die „merely another way of looking at the diffraction" sein soll, und der unsrigen, besteht in folgendem:

Wir folgern aus unsern Versuchen, daß die Reflexion an wirklich vorhandenen (bloß optisch unsichtbaren) Spalten geschieht, in denen das normale Kristallgefüge gestört ist. Nach W. H. und W. L. Bragg müßte die Reflexion auch bei einem idealen Kristall auftreten.

1) W. Friedrich, P. Knipping u. M. Laue, Sitzber. v. Kgl. Bayr. Akad. d. Wissensch., Juni u. Juli 1912.

Für uns wäre also die Lage der Laueschen Flecke ohne eigentliche Beziehung zu den Molekülabständen und zu der Wellenlänge der „gebeugten" Strahlen, ihre Intensität nur bedingt durch Zahl und Art der Spaltflächen (von denen es übrigens nicht ganz leicht sein wird, eine genauere Vorstellung zu erhalten).

Die Versuche von Barkla und Martyn (Nature, 19. Dezember 1912, S. 435) stimmen im wesentlichen überein mit unsern Reflexionsversuchen an inneren Flächen von Gipskristallen.

Straßburg/Els., Physik. Institut, 13. Februar 1913.

(Eingegangen 17. Februar 1913.)

Nachweis von Schwingungen erster und zweiter Art am Poulsenbogen.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Von H. Faßbender und E. Hupka.

(Mit Tafel VI.)

Durch die Untersuchungen von Blondel[1]) und der Simonschen Schule[2]) sind die Verhältnisse am tönenden Lichtbogen geklärt worden. Danach kann man drei Hauptschwingungstypen unterscheiden, die man allgemein als Schwingungen erster, zweiter und dritter Art bezeichnet. Das Charakteristikum der Schwingungen erster Art besteht darin, daß die Schwingungsamplitude des Wechselstroms stets kleiner bleibt als der Wert des den Bogen speisenden Gleichstroms: der Bogen brennt während der ganzen Periode. Die Stromkurve ist sehr nahe sinusförmig. Die Kurve der Klemmenspannung zeigt keinerlei Spitzen. Die Schwingungen zweiter Art sind dadurch gekennzeichnet, daß die Wechselstromamplitude den Gleichstromwert übersteigt; infolgedessen erlischt der Bogen einmal während jeder Periode für eine gewisse Zeit. Der Strom im Bogen ist nicht mehr sinusförmig. Die Klemmenspannung springt im Augenblick des Erlöschens, um dann entsprechend der Aufladung der Kapazität im Schwingungskreis linear bis zur Zündspannung im Bogen anzusteigen. Bei den Schwingungen dritter Art erfolgt nach dem Erlöschen eine Rückzündung in umgekehrter Richtung. Die bisherigen Untersuchungen dieser Schwingungsformen sind mit dem Blondelschen Oszillographen vorgenommen und waren daher auf Frequenzen bis ca. 10000 beschränkt. Es war von Interesse festzustellen, ob auch bei höheren Frequenzen bis ca. 100000 am Poulsenbogen die gleichen oder ähnlichen Verhältnisse vorliegen. Die einzige für dies Bereich in Betracht kommende Untersuchung rührt von Ort her[1]). Er hat Schwingungen zweiter Art bei einer Frequenz von ca. 150000 mit der Braunschen Röhre untersucht. Das Ziel der vorliegenden Arbeit bestand darin, die Theorie für mehrere Frequenzen zu prüfen und namentlich die bei höheren Frequenzen experimentell bisher noch nicht festgestellten Schwingungen erster Art durch oszillographische Aufnahmen nachzuweisen.

Als Oszillograph diente der von uns beschriebene Apparat[2]). Als Generator benutzten wir eine Poulsenlampe mit festem Bogen. Für die Schwingungen zweiter Art wurde auch eine Spannungskurve mit einer Poulsenlampe mit rotierendem Bogen aufgenommen[3]) (vgl. Taf. VI, Fig. 1). Ein Unterschied in dem charakteristischen Verlauf der Kurven war nicht zu konstatieren. Die Poulsenlampe wurde mit einer Akkumulatorenbatterie von 380 bis 500 Volt gespeist und mit 1 bis 2 Amp. betrieben. In die Primärleitung war eine größere Drosselspule eingeschaltet, um eine Rückwirkung des Schwingungskreises auf den Gleichstromkreis zu verhindern.

Parallel zu den Klemmen des Bogens lag der aus Kapazität und Selbstinduktion gebildete Schwingungskreis. Mit diesem Kreis wurde ein Sekundärkreis lose gekoppelt und jeweils in Resonanz mit der Grundschwingung gebracht. Die Enden der Selbstinduktion des Sekundärkreises waren mit den Platten des einen Kondensators der Braunschen Röhre verbunden; man erhielt also eine sinusförmige Ablenkung des Kathodenstrahls. Das andere Plattenpaar wurde für die Aufnahme der Spannungskurven mit den Klemmen des Lichtbogens verbunden. Bei der Aufnahme der Stromkurven legten wir die Zuführungen dieses Plattenpaares bei den Schwingungen erster Art an die Enden eines Teils der Selbstinduktion, bei denen zweiter Art an die Klemmen der Kapazität.

Als Lissajoussche Figur, welche bei den Schwingungen erster Art durch das Zusammenwirken der sinusförmigen Hilfsspannung und der Spannung an den Enden der Selbst-

1) A. Blondel, L'Éclairage Electrique, S. 41—58, 81—104, 1905.
2) H. Th. Simon, diese Zeitschr. **6**, 297—319, 1905 u. **7**, 433—445, 1906; H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung. Leipzig 1907.

1) K. Ort, Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph. **6**, 119—132, 1912.
2) H. Faßbender u. E. Hupka, diese Zeitschr. **13**, 559—561, 1912.
3) R. Lindemann, Verh. d. D. Phys. Ges., **11**, 28—34, 1909.

induktion des Primärkreises entsteht, erhielten wir für alle untersuchten vier Frequenzen Ellipsen, wie die Photogramme n—q zeigen. Aus diesen Lissajousschen Figuren ergeben sich in bekannter Weise die Kurven der Klemmenspannung an den Enden der Selbstinduktion. Da diese Spannung mit $\frac{dI_1}{dt}$ proportional ist, wo I_1 den in Schwingungskreis fließenden Wechselstrom bedeutet, so erhält man die Kurve I_1 durch graphische Integration der Spannungskurve. Der Strom i im Bogen ist $i = I_1 + I_0$, wo I_0 der Gleichstrom ist. Wenn man nun annimmt, daß der Gleichstrom während eines Zyklus nahezu konstant bleibt, so erhält man die i-Kurve durch eine Verschiebung der Zeitachse um die Strecke I_0. Die i-Kurve hat also dieselbe Kurvenform, wie die durch Integration ermittelte Kurve I_1. Die aus den Photogrammen erhaltenen Kurven für den Strom i sind in Fig. 1—4 abgebildet.

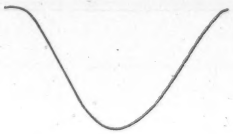


Fig. 1.

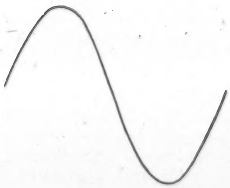


Fig. 2.

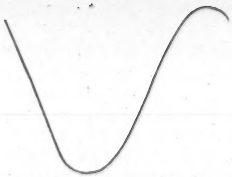


Fig. 3.

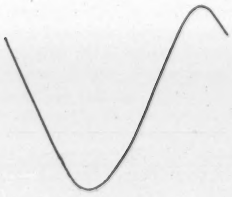


Fig. 4.

Die Photogramme der Klemmenspannung (vgl. Taf. VI, Fig. i—m) ergeben für die nach der Zeit fortschreitenden Kurven, Fig. 5—8, einen nichtsinusförmigen Verlauf. Dies rührt

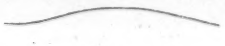


Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

im wesentlichen von der Änderung des Ohmschen Widerstandes im Bogen infolge der periodischen Erwärmung und Abkühlung her. Da der Widerstand des Bogens im Vergleich zum Gesamtwiderstand des Gleichstromkreises klein ist (in unserem Falle etwa 10 Proz.), die Änderungen wiederum nur Prozente seines Absolutwertes betragen, so ist für die Größe des Gleichstroms nur der konstante Ohmsche Widerstand praktisch von Bedeutung. Man kann daher ohne wesentlichen Fehler den Gleichstrom als konstant ansehen. Ein Übergreifen der Schwingungen in den Gleichstromkreis ist mit Rücksicht auf die Größe der Drosselspule unwahrscheinlich. Der Verlauf des Wechselstroms I_1 wird ebenfalls nicht durch die Änderung im Widerstand des Bogens wesentlich alteriert, da der Ohmsche Widerstand des Bogens im Vergleich zum induktiven und kapazitiven Widerstand des Schwingungskreises klein ist. Infolgedessen ist die Stromkurve i im Bogen eine um den Betrag des Erregerstroms gegen die Nullachse verschobene Sinuskurve. Zum Schluß

bemerken wir noch, daß es uns nur durch eine Belastung des Schwingungskreises möglich war, Schwingungen erster Art zu erhalten. Der Grund hierfür liegt vermutlich darin, daß durch diese Belastung die Amplitude des Wechselstroms zwangsweise klein gehalten wird und so den Gleichstrom nicht übersteigt. In der Tabelle I (S. 225) sind die für die verschiedenen Versuche gemessenen Stromwerte sowie die ungefähre Größe der Selbstinduktion und Kapazität im Schwingungskreis zusammengestellt.

Bei den Schwingungen zweiter Art geschah die Aufnahme der Kurven der Klemmenspannung am Poulsenbogen in analoger Weise wie bei den Schwingungen erster Art. Fig. *a*—*d* auf Taf. VI zeigen die erhaltenen Photogramme. Die hieraus ermittelten Kurven *e* in Fig. 9—12

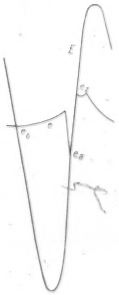


Fig. 9.

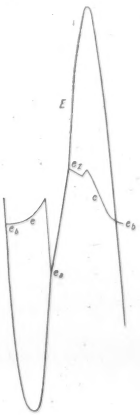


Fig. 10.

lassen als charakteristisches Merkmal zwei deutlich ausgeprägte Spitzen erkennen. Die Klemmenspannung springt nämlich im Moment des Erlöschens des Bogens von dem während des Brennens nahezu konstanten Wert e_b auf den Wert e_a, um dann entsprechend der Wiederaufladung der Kapazität durch den Gleichstrom bis zur Zündspannung e_z anzusteigen. Von diesem Zündpotential fällt die Spannung relativ schnell auf den Wert e_b zurück, worauf sich das Spiel wiederholt. Die Schnelligkeit des Abfalls der Spannung vom Zündpotential gibt ein Bild für die Geschwindigkeit, mit welcher der Widerstand des Bogens von seinem hohen Wert im Augenblick des Zündens auf seinen niedrigen Wert während des Brennens sinkt. Je langsamer der

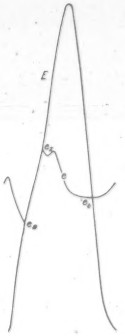


Fig. 11.

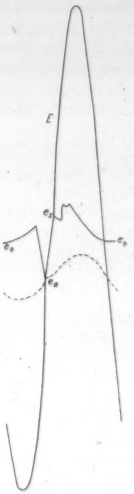


Fig. 12.

Widerstand abnimmt, d. h. also je länger hohe Widerstandswerte im Bogen vorhanden sind, um so länger macht sich der dämpfende Einfluß des Widerstands bemerkbar. Man kann also sagen, daß die Schnelligkeit des Abfalls der Spannung vom Zündpotential auch ein Bild für die Größe der Dämpfung gibt. Diese Dämpfung ist auf den Energieverlust infolge der Erhitzung des Bogens nach dem Zünden zurückzuführen. Man sieht aus unseren Kurven, daß die Schwingungen nicht ideal ungedämpft sind.

Zur Ermittelung der Stromkurven war, wie oben erwähnt, das zweite Plattenpaar mit den Klemmen der Kapazität verbunden. Die erhaltenen Lissajousschen Figuren sind in *e*—*h*, Taf. VI, abgebildet. Aus diesen konstruiert man in üblicher Weise die Kurven der Kapazitätsspannung *E*, Fig. 9—12. Da der Strom im Schwingungskreis I_1 proportional $\frac{d}{dt}(E-e)$ ist, so ist die Bildung der Differenzkurve $E-e$ notwendig, um aus dieser durch Differentiation die I_1-Kurve zu erhalten. Da *E* sehr viel größer als *e* ist, so mußte bei der Aufnahme von *E* der Plattenabstand des Kondensators vergrößert werden. Dementsprechend ist der Maßstab der sich aus den Photogrammen ergebenden *E*-Kurve zu vergrößern. Dies ist in den Fig. 9 bis 12 bereits geschehen. Nur in Fig. 12 ist die sich aus dem Photogramm ergebende Ori-

Tabelle I.

Bezeichnung des Photogramms	Schwingungszahl ca.	Wellenlänge in m ca.	*e* bedeutet Spannung am Bogen, *i* Spannung an der Selbstinduktion	Stromstärke im Gleichstromkreis	Effektive Stromstärke im Schwingungskreis	Selbstinduktion im Schwingungskreis in 10^{-5} Henry ca.	Kapazität im Schwingungskreis in cm ca.
i	25770	11640	*e*	1,80	0,64	300	$12 \cdot 10^3$
n	25770	11640	*i*	1,80	0,64	300	$12 \cdot 10^3$
k	53030	5660	*e*	1,65	0,64	150	$6 \cdot 10^3$
o	53030	5660	*i*	1,60	0,68	150	$6 \cdot 10^3$
l	75710	3960	*e*	1,80	0,65	100	$4 \cdot 10^3$
p	75710	3960	*i*	1,80	0,55	100	$4 \cdot 10^3$
m	94380	3180	*e*	1,65	0,70	75	$3{,}5 \cdot 10^3$
q	94380	3180	*i*	1,58	0,69	75	$3{,}5 \cdot 10^3$

Tabelle II.

Bezeichnung des Photogramms	Schwingungszahl ca.	Wellenlänge in m ca.	*e* bedeutet Spannung am Bogen, *i* Spannung an der Kapazität	Stromstärke im Gleichstromkreis	Effektive Stromstärke im Schwingungskreis	Selbstinduktion im Schwingungskreis in 10^{-5} Henry ca.	Kapazität im Schwingungskreis in cm ca.
a	25770	11640	*e*	1,20	0,96	300	$12 \cdot 10^3$
c	25770	11640	*i*	1,20	0,96	300	$12 \cdot 10^3$
b	53030	5660	*e*	1,10	0,81	150	$6 \cdot 10^3$
f	53030	5660	*i*	1,10	0,80	150	$6 \cdot 10^3$
e	75700	3960	*e*	1,02	0,78	100	$4 \cdot 10^3$
g	75700	3960	*i*	1,00	0,77	100	$4 \cdot 10^3$
d	94400	3180	*e*	1,10	0,91	100	$2{,}8 \cdot 10^3$
h	94400	3180	*i*	1,10	0,88	100	$2{,}8 \cdot 10^3$

ginalkurve mit eingezeichnet. Die Differenzkurven sind in den Fig. 13—16 wiedergegeben. Durch graphische Differentiation erhält man daraus die Kurven I_1.

Das Gebiet T_1 entspricht der Brennperiode des Bogens. Durch Addition des auch hier konstant angenommen Gleichstroms im Gebiet T_1 erhält man die gewünschte Stromkurve i im Poulsenbogen (in den Fig. 13—16 punktier gezeichnet). Es fällt hier auf, daß der Strom vor dem Erlöschen für kurze Zeit einen

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

negativen Wert besitzt, wie dies bereits von Blondel und Simon[1]) bei einigen ihrer Diagramme für den tönenden Bogen beobachtet wurde. Im übrigen zeigen sowohl die Schwingungen erster als zweiter Art (von geringfügigen Abweichungen abgesehen) das charakteristische Bild des auch beim tönenden Lichtbogen beobachteten Verlaufs. Für die Schwingungen zweiter Art sind in der Tabelle II die gemessenen Stromwerte und die ungefähre Größe von Selbstinduktion und Kapazität im Schwingungskreis zusammengestellt. Die Stromkurve zweiter Art, Fig. 16, läßt eine auffallende Unregelmäßigkeit erkennen, welche durch die zugehörige Spannungskurve am Bogen verursacht wird. Diese zeigt eine kleine sekundäre Spitze. Ob dieser abweichende Verlauf zufällig ist, können wir nicht entscheiden.

Die Photogramme wurden mit Agfa-Chromo-Isolarplatten bei $^1/_3$ Sekunde Expositionszeit aufgenommen und mit Rodinal 1:20 entwickelt. Wegen der verschiedenen Schnelligkeit, mit der der Kathodenstrahl die verschiedenen Teile der Kurve durchläuft, ist die Helligkeit der einzelnen Partien verschieden. Daher ist es unvermeidlich, daß einige Stellen der Platten stark überbelichtet werden und deshalb Lichthofbildung zeigen. Aus diesem Grunde ist bei einigen der reproduzierten Photogramme eine geringe Retusche angewandt worden. Sämtliche Kurven sind jedoch nach den Originalnegativen gezeichnet.

1) l. c.

Charlottenburg, Physikalisch-Technische Reichsanstalt.

(Eingegangen 11. Februar 1913.)

Momentaufnahmen mit der Braunschen Röhre.

Von J. Zenneck.

(Mit Tafel VII u. VIII.)

Einer allgemeinen Verwendung der Braunschen Röhre für oszillographische Aufnahmen zeitlich veränderlicher Ströme und Spannungen stand früher die Schwierigkeit im Wege, daß die Lichtstärke für photographische Momentaufnahmen nicht recht ausreichen wollte. Seitdem man aber erheblich lichtstärkere Röhren und gute Influenzmaschinen zu ihrem Betriebe besitzt, außerdem gelernt hat, durch eine Konzentrationsspule die Lichtstärke des Flecks auf dem Schirm noch weiter zu erhöhen[1]), steht für Momentaufnahmen kein Hindernis mehr im Wege, mindestens nicht in demjenigen Gebiet, in dem die technischen Oszillographen, wenn auch schon mit den bekannten Fehlern, brauchbar sind.

1) E. Wiechert, Wied. Ann. **69**, 751, 1899.

Die einfachste und nächstliegende Methode für Momentaufnahmen von Strom und Spannungskurven ist die von A. Wehnelt und B. Donath[1]) angewandte: Photographie auf eine Platte, die senkrecht zur Ablenkungsrichtung des Fleckes bewegt wird. Eine Anordnung, die bei der Ausführung dieser Methode schon seit längerer Zeit gute Dienste geleistet hat[2]), möchte ich im folgenden beschreiben.

a) Der Aufnahmeapparat selbst ist in Fig. 1 abgebildet. Er ist ebenso wie die Kassette K ganz aus Metall gefertigt. Der Teil $ABCD$, in dem die Kassette sich bewegt, ist in Fig. 2 noch besonders gezeichnet; das Stück $EFGH$ ist abschraubbar, damit der Apparat auch für gewöhnliche photographische Aufnahmen verwendbar bleibt. Die Kassette ist für die

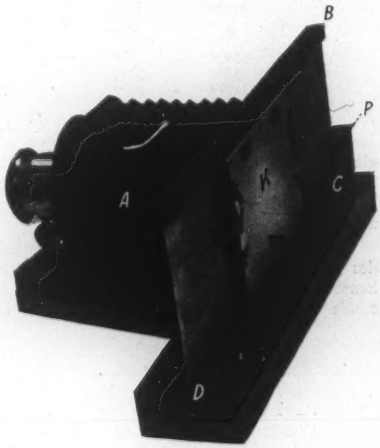


Fig. 1.

gangbarsten Platten 9×12 und 9×14 eingerichtet.

b) Das Objektiv, zu dem ich nach einer Reihe von Vorversuchen gelangt bin, ist ein Projektionsobjektiv der Rathenower optischen Industrie (vormals E. Busch) Modell W mit der Brennweite 107 mm und dem Öffnungsverhältnis f:2,1 (Preis 40 Mk., mit Triebeinstellung 60 Mk.).

1) A. Wehnelt und B. Donath, Wied. Ann. **69**, 861, 1899.

2) Sie kann von der Firma Dr. Geißlers Nachfolger (Franz Müller) Bonn bezogen werden.

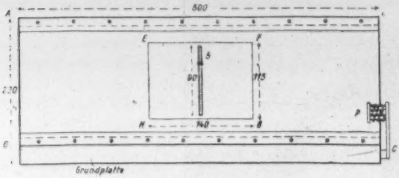


Fig. 2.

Was man im vorliegenden Falle braucht, ist die Auszeichnung einer Fläche von ca. 70×70 mm und auch das nur mit mäßiger Schärfe, da es sich ja nicht um die Reproduktion einer Strichzeichnung, sondern um das

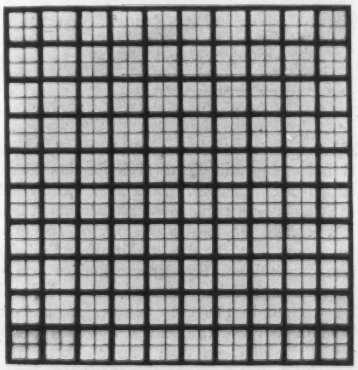


Fig. 3.

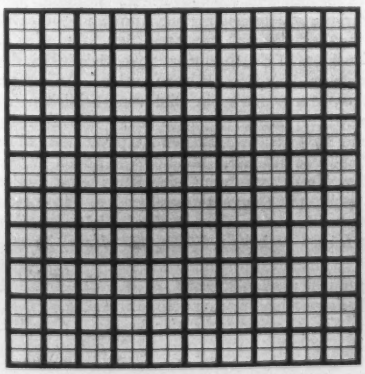


Fig. 4.

nicht allzu scharfe Bild auf der Braunschen Röhre handelt, und da außerdem bei der gewöhnlichen Anordnung (vgl. Fig. 5) auch noch eine Verzerrung durch die Glaswände der Röhre eintritt. Daß das Objektiv das längst leistet, geht aus der Aufnahme Fig. 3, die im Original 80×80 mm groß ist, hervor. Fig. 4 zeigt die Aufnahme desselben Objekts mit einem Anastigmaten vom Öffnungsverhältnis $f:7{,}7$. Es würde also nicht mehr als ein Luxus sein, statt des billigen, aber sehr lichtstarken Objektivs ein viel teureres mit etwas besseren optischen Eigenschaften zu verwenden.

c) Die Abziehvorrichtung für die Kassette (vgl. Fig. 5) besteht aus einem Drahtseil, das über eine Rolle R verschlungen ist. Auf derselben Achse wie die Rolle R sitzt ein Zahnrad Z_1 mit 190 mm Durchmesser und 95 Zähnen. In dasselbe greift ein kleineres Zahnrad Z_2 mit 24 mm Durchmesser und 12 Zähnen ein, das auf der Achse eines Elektromotors befestigt ist.

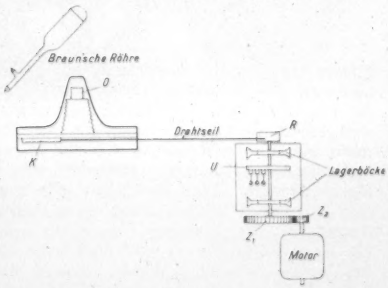


Fig. 5.

Die Bewegung der Kassette muß zwei Bedingungen genügen. 1. Sie muß gleichförmige Geschwindigkeit haben, damit die entstehenden Kurven wirklich den zeitlichen Verlauf der Bewegung des Flecks auf dem Schirm der Röhre richtig wiedergeben. 2. Sie muß rasch genug sein, damit eine genügende Auflösung der Kurven erreicht wird; z. B. muß sie ca. 1 m pro Sek. betragen, wenn bei einem Wechselstrom von 50 Perioden pro Sekunde die horizontale Abszissenlänge für eine Periode = 2 cm sein soll. Beiden Bedingungen wird genügt, wenn man zum Betrieb der Abziehvorrichtung einen Elektromotor von genügender Leistung und Tourenzahl (bei meinen Versuchen $^1/_2$ PS und maximal 1650 Umdrehungen pro Minute) und das Übersetzungsverhältnis der beiden Zahnräder Z_1 und Z_2 genügend groß wählt.

Besondere Vorkehrungen sind zu treffen, einmal dafür, daß nicht beim Einrücken des

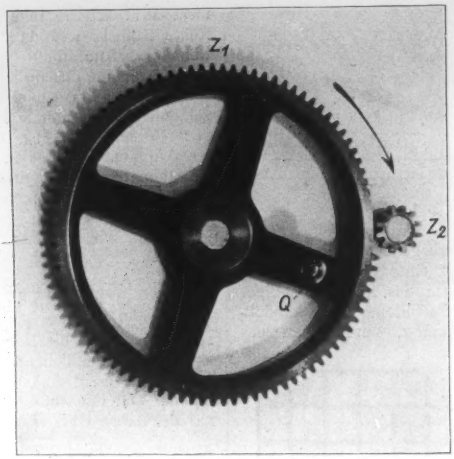


Fig. 6.

Motors bzw. der Abziehvorrichtung ein starker Stoß auf die Motorachse entsteht, und dann dafür, daß der Motor automatisch ausgeschaltet wird, sobald die Platte vorbeigezogen ist. Erreicht wird dies in besonders einfacher Weise, indem man das Zahnrad Z_1 so ausfeilt, wie es Fig. 6 darstellt. Zum Einschalten gibt man dem Zahnrad Z_1 mit der Hand einen kleinen Anstoß in der Richtung des Pfeils von Fig. 6; es läuft dann von selbst und fast stoßfrei in das Zahnrad Z_2 hinein. Sobald das Zahnrad Z_1 nahezu eine ganze Umdrehung gemacht und die Platte vorbeigezogen hat, tritt ein automatisches Ausrücken dadurch ein, daß an der Stelle des Zahnrads Z_1, die jetzt dem Zahnrad Z_2 gegenüber angelangt ist, die Zähne fehlen. Damit nicht infolge der lebendigen Kraft das Rad Z_1 zum zweiten Male in das Rad Z_2 hineinläuft, ist an Z_1 ein Anschlag (Q Fig. 6) angebracht; ein ähnlicher Anschlag (P Fig. 1) verhindert, daß die Kassette über den Apparat hinausfliegt. Beide Anschläge werden aber wenig beansprucht, da für genügende Reibung von Kassette und Abziehvorrichtung gesorgt ist.

Daß die Geschwindigkeit der Kassettenbewegungen gleichmäßig und für oszillographische Aufnahmen von technischen Wechselströmen genügend groß ist, beweisen die Fig. 7 und 8[1]), welche die Stromkurve der hiesigen Wechselstrommaschine, und zwar Fig. 7 bei Belastung mit Ohmschem Widerstand, Fig. 8[1]) bei Belastung mit einem Telephonkondensator von 10 MF darstellt. Daß mit 50 Perioden pro Sek. die Grenze für Momentaufnahmen längst nicht erreicht ist, zeigen die Fig. 9, 10 und 11, von denen Fig. 9 die gedämpfte Entladung eines funkenlosen Kondensatorkreises von der Frequenz 250/Sek. darstellt, während in den Fig. 10 und 11 die Schwingungen eines sekundären Kondensatorkreises von ebenfalls 250 Perioden/Sek. bei loser bzw. fester Koppelung mit einem abgestimmten Primärsystem abgebildet sind. Die Grenze für die Auflösung des Kurvenverlaufs während einer Periode bildete bei meiner Anordnung ungefähr eine Periodenzahl von 1100/Sek. Bei Fig. 12 betrug z. B. die Frequenz 1080/Sek. Bei noch höherer Frequenz können solche Aufnahmen aber immer noch ein Bild vom zeitlichen Verlauf der Amplitude geben. Die Fig. 13[2]) und 14[2]) stellen z. B. den Amplitudenabfall von Kondensatorkreisen mit 4000 Perioden pro Sek. dar, die erstere, wenn der Kreis eine Funkenstrecke mit Magnesiumelektroden, die letztere, wenn er eine solche mit Kupferelektoden (Funkenlänge in beiden Fällen ca. 2 mm) besaß.

d) Damit Aufnahmen wie Fig. 9—12 bequem gemacht werden können, ist auf der Achse der Abziehvorrichtung ein rotierender Umschalter (U Fig. 5) angebracht, der in Fig. 15 noch be-

1) Die Fig. 7—14 befinden sich auf den Tafeln VII und VIII.

1) In dieser und den folgenden Figuren ist die Nullinie absichtlich weggelassen.

2) In der Reproduktion nicht gut herausgekommen.

sonders — allerdings nur schematisch — abgebildet ist; die Schaltung für Fig. 9 und 12 war z. B. diejenige, welche in Fig. 15 eingezeichnet ist. Die Anordnung, zusammen mit einem rotierenden Spiegel, ist auch für die Demonstration aller möglichen, verhältnismäßig langsam verlaufenden Schwingungen[1]) in ungekoppelten und gekoppelten Kondensatorkreisen hervorragend geeignet.

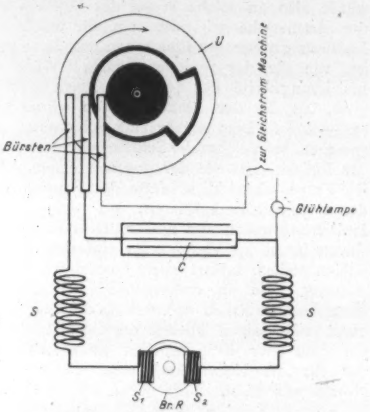


Fig. 15.

e) Damit auch eine Bewegung der Kassette mit sehr viel geringerer Geschwindigkeit für die Registrierung langsam verlaufender Vorgänge möglich ist, ist für die Abziehvorrichtung auch ein Schneckengetriebe (Übersetzungsverhältnis 1 zu 96) vorgesehen (vgl. Fig. 16[2])). Da der Motor hierbei an eine andere Stelle gebracht werden muß, als bei der Zahnradübersetzung von Fig. 6, so würde statt dieser eine Schraubenradübersetzung, ähnlich derjenigen in Fig. 17, bequemer sein. Ein stoßfreier Anlauf und ein automatisches Ausschalten läßt sich hier in derselben Weise erreichen, wie es oben beschrieben wurde.

f) Bei Aufnahmen wie den oben wiedergegebenen ist, abgesehen von einem lichtstarken Objektiv und empfindlichen Platten (bei meinen Aufnahmen Lumière violett Etikett), die Verwendung einer lichtstarken[1]) Braunschen Röhre unbedingt notwendig. Die meinige besaß einen Schirm aus Gieselschem Zinksulfid[2]), eine Glashinterkleidung der Kathode[3]) und ein Diaphragma von 1,5 mm Durchmesser. Der einer Influenzmaschine entnommene Strom betrug ca. 0,5 MA, die Spannung an der Röhre ca. 28000 Volt (gemessen durch Schlagweiten); das Kathodenstrahlbündel war durch eine mit der Röhre koaxiale Spule konzentriert. Die Röhre war von der Firma Dr. Geißlers Nachfolger, Franz Müller, Bonn, bezogen worden. Für photographische Aufnahmen war ebensogut eine Röhre, die mir von Herrn Prof. Glatzel (Berlin) freundlichst zur Verfügung gestellt war. Sie ist von der Firma E. Gundelach (Gehlberg) nach seinen Angaben angefertigt worden[3]) und besitzt einen Schirm mit dem von mir früher[4]) empfohlenen Kalziumwolframat.

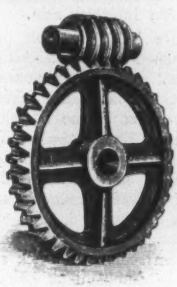


Fig. 16.

Fig. 17.

Sämtliche oben reproduzierten Photographien, in denen nichts retuschiert worden ist, sind von Herrn Dr. Rukop aufgenommen worden. Ich möchte ihm dafür auch an dieser Stelle meinen besten Dank aussprechen.

Danzig-Langfuhr, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

1) Als Kondensatoren empfehlen sich Papier- oder besser Glimmerkondensatoren, als Selbstinduktionen große Elektromagnetspulen, wenn sie auf wirbelstromfreie Spulenkästen gewickelt sind (vgl. J. Zenneck, diese Ztschr. **11**, 1230, 1910).

2) Diese Abbildung und diejenige von Fig. 17 sind mit der frdl. Erlaubnis der Firma einem Kataloge des Fräsewerks Friedrich Steinrück (Berlin S. 59, Urbanstr. 116), von dem solche Räder bezogen werden können, entnommen.

1) Über die Lichtstärke der Braunschen Röhren finden sich die merkwürdigsten Angaben in der Literatur. Soweit aus diesen Angaben, die vielfach weder etwas über die verwendete phosphoreszierende Substanz, noch über die Spannung und Stromstärke in der Röhre, noch über den Durchmesser des Diaphragmas, noch über die Lichtstärke des Objektivs und die benutzte Plattensorte enthalten, überhaupt irgendein Schluß gezogen werden kann, so ist es der, daß bei der Konstruktion oder Handhabung dieser Röhren längst bekannte Vorteile nicht ausgenutzt wurden.

2) F. Giesel und J. Zenneck, diese Ztschr. **10**, 377, 1909.

3) Vgl. H. Hausrath, Helios **18**, 527, 1912.

4) J. Zenneck, Wied. Ann. **69**, 838, 1899.

(Eingegangen 12. Februar 1913.)

Bemerkung zu dem Problem der Schichtung in Geißlerschen Röhren.

Von Eduard Riecke.

Man hat schon lange die Erscheinung der Schichtung mit der Stoßionisation durch Elektronen in Verbindung gebracht. Man wird aber doch zugeben müssen, daß die bisherigen Untersuchungen zu keiner vollständigen Einsicht darüber geführt haben, weshalb die positive Lichtsäule im allgemeinen ungeschichtet ist, und nur in besonderen Fällen in Schichten zerfällt. Mit Bezug auf diese Frage dürften die folgenden Bemerkungen vielleicht von Interesse sein.

Die Achse der Röhre im Sinne von der Kathode zur Anode machen wir zur Z-Achse eines Koordinatensystems. Wir setzen voraus, daß das Verhalten des Gases in allen Punkten einer zur z-Achse senkrechten Ebene dasselbe sei. Es mögen nun von der Ebene $z = 0$ Elektronen ausgehen. Nachdem sie ein bestimmtes Potentialgefälle durchlaufen haben, möge die dabei erreichte lebendige Kraft genügen, um neutrale Gasmoleküle zu ionisieren, d. h. in ein Elektron und in ein positives Ion zu spalten. Bei dem in der Röhre herrschenden Druck sei die hierbei in der z-Achse durchlaufene Länge, die Ionisierungsweite gleich l_u. In der Ebene $z = l_u$ entstehen durch Stoß neue Elektronen und positive Ionen. Die ersteren werden abermals in der Richtung der z-Achse beschleunigt, die letzteren in umgekehrter Richtung nach der Kathode zu. Wir nehmen nun an, daß die Ionen ebenso wie die Elektronen durch Stoß ionisieren; ihre Ionisierungsweite sei unter den in der Röhre herrschenden Verhältnissen l_p. Durch die von der Ebene $z = l_u$ ausgehenden Elektronen und Ionen werden dann zwei neue Ionisierungsgebiete geschaffen, das eine in der Ebene $z = 2 l_u$, das andere in der Ebene $z = l_u - l_p$. Wenn man diese Überlegungen weiter fortsetzt, so sieht man, daß in der Röhre Ionisierungsgebiete in allen Ebenen entstehen, deren Entfernungen von der Ebene $z = 0$ bestimmt sind durch die Gleichung:

$$\zeta l_u - \eta l_p = z,$$

in welcher ζ und η notwendig ganze Zahlen sein müssen. Die Ionisierungsgebiete z werden somit bestimmt durch eine diophantische Gleichung, deren Koeffizienten l_u und l_p sind. Haben l_u und l_p keinen gemeinsamen Teiler, so kann z alle möglichen Werte annehmen. Ionisierung findet also in den verschiedensten Querschnitten der Röhre statt, und das entspricht dem Fall der kontinuierlichen positiven Lichtsäule. Wenn aber l_u und l_p einen gemeinsamen Teiler haben, so ist auch z ein Vielfaches dieses Teilers. Die Ionisierung tritt nur in bestimmten, diskreten Querschnitten ein, und das entspricht der Bildung einer geschichteten Säule. Der einfachste Fall ist natürlich der, daß die Ionisierungsweiten gleich, daß $l_u = l_p = l$ ist. Dann sind die Ionisierungsstellen bestimmt durch $z = (\zeta - \eta)\, l$. Die Ionisierung würde in diesem Falle in Querschnitten der Röhre eintreten, welche im Abstande l aufeinander folgen. Die Schichtung würde also an solche Werte des Druckes und der Stromstärke gebunden sein, für welche die Ionisierungsweite der Elektronen gerade so groß ist, wie die der positiven Ionen. Wäre die Ionisierungsweite der positiven Ionen halb so groß, als die der Elektronen, so würde $z = (2\zeta - \eta)\, l_p$. Dem würde eine Schichtung entsprechen, bei welcher der Schichtenabstand gleich der Ionisierungsweite der positiven Ionen wäre. Die Frage, ob wirklich Werte des Druckes und der Stromstärke existieren, bei welchen die Ionisierungsweiten der Elektronen und der positiven Ionen im Verhältnisse einfacher ganzer Zahlen stehen, bedarf einer besonderen Untersuchung. Die im vorhergehenden gemachten Bemerkungen haben daher nicht die Bedeutung einer vollständigen Theorie der Schichtung; sie enthalten aber doch vielleicht einen Leitfaden, der für die Entwicklung einer Theorie von Nutzen sein kann.

Angeregt wurden die vorstehenden Bemerkungen durch eine Arbeit eines meiner Schüler, des Herrn Kost, welche sich auf das Verhalten der Schichten im Magnetfelde bezog, und in welcher von anderen Gesichtspunkten aus eine Erklärung der Schichtung versucht worden war.

(Eingegangen 10. Februar 1913.)

Zur Analyse von Abklingungskurven.

Von S. Oppenheim.

In der Nummer 24 dieser Zeitschrift **13**, 1151—1155, 1912, berichten die Herren Franz Aigner und Ludwig Flamm über eine neue sinnreiche Methode zur numerischen Bestimmung von Abklingungskonstanten aus empirisch gegebenen Abklingungskurven, wenn diese theoretisch die Gestalt

$$y(t) = u_1 e^{\alpha_1 t} + u_2 e^{\alpha_2 t} + u_3 e^{\alpha_3 t} + \cdots$$

haben. Die von den beiden Herren vorgeschlagene Methode zeigt einige Ähnlichkeit mit einem Verfahren, das von mir zur Lösung eines ana-

logen Problems angegeben wurde[1]), des nämlich, die Periode einer rein periodischen Erscheinung zu berechnen aus empirisch gegebenen Funktionswerten, deren theoretische Gestalt

$$y(t) = u_1 \sin \frac{2\pi}{T_1} t + v_1 \cos \frac{2\pi}{T_1} t + \\ + u_2 \sin \frac{2\pi}{T_2} t + v_2 \cos \frac{2\pi}{T_2} t + \cdots$$

ist und die als Abklingungskurven mit rein imaginären Konstanten und konjugiert komplexen Koeffizienten anzusehen sind. Bei dem Interesse, das man, wie es den Anschein hat, der Lösung derartiger praktischer Aufgaben von physikalischer Seite entgegenbringt, sei es mir gestattet, auch meine Methode hier in Kürze vorzuführen, und zwar sofort in der Anwendungsform auf Funktionen mit reellen Abklingungskonstanten und andererseits in einer Modifikation, die von Professor Bruns[2]) herrührt.

Es liege eine dreigliedrige Abklingungskurve

$$y = u_1 e^{\alpha_1 t} + u_2 e^{\alpha_2 t} + u_3 e^{\alpha_3 t}$$

vor und es sei die Aufgabe, die Konstanten α_1, α_2 und α_3 sowie die Koeffizienten u_1, u_2 und u_3 zu berechnen. Um die neue Methode auf dieses Problem anwenden zu können, müßten die Werte der Funktion y für einige wohl beliebig wählbar, aber doch äquidistante Intervalle der Zeit t, es seien diese $= h$ angenommen, gegeben sein. Ein Beispiel hierfür, das ich der Abhandlung der Herren Aigner und Flamm entnehme, ist das folgende:

$$\begin{aligned} 0h &= 0^{\mathrm{m}}, & y_0 &= 0{,}000, \\ 1h &= 10^{\mathrm{m}}, & y_1 &= 1{,}928, \\ 2h &= 20^{\mathrm{m}}, & y_2 &= 3{,}770, \\ 3h &= 30^{\mathrm{m}}, & y_3 &= 4{,}599, \\ 4h &= 40^{\mathrm{m}}, & y_4 &= 4{,}740, \\ 5h &= 50^{\mathrm{m}}, & y_5 &= 4{,}495, \\ 6h &= 60^{\mathrm{m}}, & y_6 &= 4{,}053, \\ 7h &= 70^{\mathrm{m}}, & y_7 &= 3{,}537. \end{aligned}$$

Eine Funktion von der gegebenen Form genügt bekanntlich einer linearen Differenzengleichung dritter Ordnung, die man in der folgenden Weise findet:

Die den einzelnen Argumenten $0h$, $1h$, $2h \cdots$ entsprechenden Funktionswerte sind:

$$\begin{aligned} y_0 &= u_1 + u_2 + u_3, \\ y_1 &= u_1 e^{\alpha_1 h} + u_2 e^{\alpha_2 h} + u_3 e^{\alpha_3 h}, \\ y_2 &= u_1 e^{2\alpha_1 h} + u_2 e^{2\alpha_2 h} + u_3 e^{2\alpha_3 h}, \\ y_3 &= u_1 e^{3\alpha_1 h} + u_2 e^{3\alpha_2 h} + u_3 e^{3\alpha_3 h} \text{ usw.} \end{aligned}$$

Aus ihnen folgt als erste Differenzenreihe, wenn man die Abkürzungen einführt:

$$e^{\alpha_1 h} - 1 = x_1, \quad e^{\alpha_2 h} - 1 = x_2, \quad e^{\alpha_3 h} - 1 = x_3,$$

$$\begin{aligned} \Delta_0^1 &= u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3, \\ \Delta_1^1 &= u_1 x_1 e^{\alpha_1 h} + u_2 x_2 e^{\alpha_2 h} + u_3 x_3 e^{\alpha_3 h}, \\ \Delta_2^1 &= u_1 x_1 e^{2\alpha_1 h} + u_2 x_2 e^{2\alpha_2 h} + u_3 x_3 e^{2\alpha_3 h} \text{ usw.} \end{aligned}$$

in gleicher Art die zweite Differenzenreihe:

$$\begin{aligned} \Delta_0^2 &= u_1 x_1^2 + u_2 x_2^2 + u_3 x_3^2, \\ \Delta_1^2 &= u_1 x_1^2 e^{\alpha_1 h} + u_2 x_2^2 e^{\alpha_2 h} + u_3 x_3^2 e^{\alpha_3 h}, \\ \Delta_2^2 &= u_1 x_1^2 e^{2\alpha_1 h} + u_2 x_2^2 e^{2\alpha_2 h} + u_3 x_3^2 e^{2\alpha_3 h} \end{aligned}$$

usw., sowie endlich als Reihe der dritten Differenzen:

$$\begin{aligned} \Delta_0^3 &= u_1 x_1^3 + u_2 x_2^3 + u_3 x_3^3, \\ \Delta_1^3 &= u_1 x_1^3 e^{\alpha_1 h} + u_2 x_2^3 e^{\alpha_2 h} + u_3 x_3^3 e^{\alpha_3 h}, \\ \Delta_2^3 &= u_1 x_1^3 e^{2\alpha_1 h} + u_2 x_2^3 e^{2\alpha_2 h} + u_3 x_3^3 e^{2\alpha_3 h} \end{aligned}$$

usw. Die Elimination von u_1, u_2 und u_3 aus den Werten y_0, Δ_0^1, Δ_0^2, Δ_0^3 — oder die von $u_1 e^{\alpha_1 h}$, $u_2 e^{\alpha_2 h}$ und $u_3 e^{\alpha_3 h}$ aus y_1, Δ_1^1, Δ_1^2, Δ_1^3, sowie von $u_1 e^{2\alpha_1 h}$, $u_2 e^{2\alpha_2 h}$ und $u_3 e^{2\alpha_3 h}$ aus y_2, Δ_2^1, Δ_2^2, Δ_2^3 usw. führt auf das System linearer Gleichungen:

$$\begin{aligned} y_0 &= \varkappa \Delta_0^1 + \lambda \Delta_0^2 + \mu \Delta_0^3, \\ y_1 &= \varkappa \Delta_1^1 + \lambda \Delta_1^2 + \mu \Delta_1^3, \\ y_2 &= \varkappa \Delta_2^1 + \lambda \Delta_2^2 + \mu \Delta_2^3 \text{ usw.,} \end{aligned}$$

in welchem die zu bestimmenden Koeffizienten $\varkappa$, λ und μ mit den x_1, x_2 und x_3 in dem Zusammenhange

$$\begin{aligned} 1 &= \varkappa x_1 + \lambda x_1^2 + \mu x_1^3, \\ 1 &= \varkappa x_2 + \lambda x_2^2 + \mu x_2^3, \\ 1 &= \varkappa x_3 + \lambda x_3^2 + \mu x_3^3 \end{aligned}$$

stehen, d. h. in welchem die drei Werte der Unbekannten x die drei Wurzeln der Gleichung dritten Grades

$$1 = \varkappa x + \lambda x^2 + \mu x^3$$

sind.

Darnach ergibt sich das folgende einfache Verfahren zur Lösung der gestellten Aufgabe. Man bilde zunächst die Reihe der aufeinander folgenden Differenzen bis zu jenen dritter Ordnung:

$$\begin{array}{lllll} 0{,}000 & & & & \\ & +\,1{,}928 & & & \\ 1{,}928 & & -\,0{,}086 & & -\,0{,}927 \\ & +\,1{,}842 & & -\,1{,}013 & \\ 3{,}770 & & -\,0{,}829 & & +\,0{,}325 \\ & +\,0{,}829 & & -\,0{,}688 & \\ 4{,}599 & & -\,0{,}141 & & +\,0{,}302 \\ & +\,0{,}141 & & -\,0{,}386 & \\ 4{,}740 & & -\,0{,}245 & & \\ & -\,0{,}245 & & & \\ 4{,}495 & & & & \end{array}$$

Dann erhält man zur Bestimmung der Größen $\varkappa$, λ und μ die drei linearen Gleichungen

$$\begin{aligned} 0{,}000 &= 1{,}928\,\varkappa - 0{,}086\,\lambda - 0{,}927\,\mu, \\ 1{,}928 &= 1{,}842\,\varkappa - 1{,}013\,\lambda + 0{,}325\,\mu, \\ 3{,}770 &= 0{,}829\,\varkappa - 0{,}688\,\lambda + 0{,}302\,\mu, \end{aligned}$$

die die Werte

$$\varkappa = -\,9{,}0222, \quad \lambda = -\,23{,}6255, \quad \mu = -\,16{,}5731$$

1) „Über die Bestimmung der Periode einer periodischen Erscheinung nebst Anwendung auf die Theorie des Erdmagnetismus." Sitz.-Ber. d. Wien. Akad. **118**, 1909.

2) „Analyse periodischer Erscheinungen", Astr. Nachr. **188**, 1910.

liefern. Natürlich wird man, wenn eine größere Anzahl von Funktionswerten zur Verfügung steht, auch eine größere Zahl solcher Gleichungen aufstellen und sie nach der Methode der kleinsten Quadrate auflösen. Die gefundenen Werte $\varkappa$, λ und μ führen auf die Gleichung dritten Grades:

$$16{,}5731\,x^3 + 23{,}6255\,x^2 + 9{,}0222\,x + 1 = 0,$$

aus der die drei Wurzeln

$$x_1 = e^{\alpha_1 h} - 1 = -0{,}20538,$$
$$x_2 = e^{\alpha_2 h} - 1 = -0{,}33004,$$
$$x_3 = e^{\alpha_3 h} - 1 = -0{,}89012,$$

und damit die Größen

$$\alpha_1 h = -0{,}22989,$$
$$\alpha_2 h = -0{,}40065,$$
$$\alpha_3 h = -2{,}20840,$$

sowie endlich, ausgedrückt in Sekunden — als Zeiteinheit

$$\alpha_1 = -0{,}000383,$$
$$\alpha_2 = -0{,}000668,$$
$$\alpha_3 = -0{,}003681$$

folgen. Zur Berechnung der Koeffizienten u_1, u_2 und u_3 hat man die Gleichungen

$$0{,}000 = u_1 + u_2 + u_3,$$
$$1{,}928 = u_1 e^{\alpha_1 h} + u_2 e^{\alpha_2 h} + u_3 e^{\alpha_3 h},$$
$$3{,}770 = u_1 e^{2\alpha_1 h} + u_2 e^{2\alpha_2 h} + u_3 e^{2\alpha_3 h},$$

welche

$$u_1 = +26{,}5524, \quad u_2 = -29{,}0200,$$
$$u_3 = +2{,}4676$$

liefern. Hierdurch erscheint die Funktion y vollständig bestimmt. Die Darstellung der oben angeführten Daten durch sie ist eine zufriedenstellende. Ich erhielt:

$y_0 = 0{,}000$, $y_1 = 1{,}928$, $y_2 = 3{,}770$, $y_3 = 4{,}599$, $y_4 = 4{,}740$, $y_5 = 4{,}495$, $y_6 = 4{,}060$, $y_7 = 3{,}554$.

Wien, 4. Februar 1913.

(Eingegangen 8. Februar 1913.)

Über den Halleffekt.

Von J. Koenigsberger und G. Gottstein.

Elektronentheoretische Deutungen des Halleffekts haben zuerst E. Riecke[1]) und P. Drude[2]) gegeben. Z. de Thullie[3]) zeigte, daß auch bei Berücksichtigung der speziellen Hypothesen von P. Gruner[4]) über den Elektronenstoß der Halleffekt für negative Elektronen nur ein Zeichen (—) haben kann, wie das schon aus den einfacheren Theorien folgte. Für kleine Feldstärken, solange experimentell die Hallkraft diesen proportional bleibt, ist für den isothermen Halleffekt R von R. Gans[1]) die streng gültige Formel

$$R = \frac{3\pi}{8eN}, \tag{1}$$

bzw. von Thullie-Gruner:

$$\frac{3\pi}{8eN}\,\frac{2L}{S^2}$$

abgeleitet worden. Diese erstere Formel ebenso wie die analoge von E. Riecke gilt auch für beliebige kinetische Energie der Elektronen $1/2\,mv^2 = f(T)$ (auch $f(T) = \text{const}$). Nach R. Gans ist nämlich

$$R = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\frac{w}{\sigma_0}\,\frac{1}{H};$$

σ_0 ist jetzt

$$= \frac{Ne^2 \cdot lv}{f(T)}\sqrt{\frac{2}{3\pi}},\quad w = eH \cdot lv\sqrt{\frac{3}{8}}\,\frac{1}{f(T)},$$

woraus der obige Wert für R folgt. Weglänge und kinetische Energie sind also für die Theorie des Halleffekts gleichgültig. Um das verschiedene Zeichen des Halleffekts in festen Substanzen mit nicht translatorisch bewegten positiven Teilen zu erklären, muß man demnach die Mittelwertsbildung der magnetischen Felder oder der Richtungen der Elektronenbahnen aufgeben, worauf schon J. J. Thomson hingewiesen hat. Das kann auf zwei Arten geschehen[2]).

1. In den ferromagnetischen, para- und diamagnetischen festen Substanzen werden durch ein äußeres Magnetfeld vorhandene Molekularmagnete teilweise gerichtet oder magnetische Momente im entgegengesetzten Sinn induziert. Das magnetische Feld in Verlängerung der Achse des Molekularmagneten hat eine das äußere Feld verstärkende, seitlich senkrecht zur Achse schwächende Wirkung. Das gilt, solange die Strommagnete voneinander einen größeren Abstand relativ zu ihrer Widerstandsstärke besitzen, und wenn ihre Suszeptibilität nicht stark von 1 verschieden ist. Beides dürfte für rotierende Elektronen sowohl in para- wie diamagnetischen Substanzen zutreffen. Bei starken Molekularmagneten kann das rückläufige Feld lokal das äußere überkompensieren und somit eine Zeichenänderung des Halleffekts bedingen.

Wenn wir annehmen, daß die Elektronen in festen Körpern sich von Atom zu Atom auf bestimmten Bahnen bewegen oder das

1) E. Riecke, Wied. Ann. **66**, 545, 1898.
2) P. Drude, Ann. d. Phys. **3**, 369, 1900.
3) Z. de Thullie, Krakauer A. R. Anzeiger, S. 61, 1912.
4) P. Gruner, diese Zeitschr. **10**, 48, 1909.

1) R. Gans, Ann. d. Phys. **20**, 293, 1906.
2) Wir werden sehen, daß die Regel von Beattie die Erklärungsmöglichkeiten für das verschiedene Zeichen des Halleffektes einschränkt.

Atom nur in bevorzugten Richtungen verlassen können, so würde der Halleffekt angeben, in welcher Richtung zu den Molekularmagneten das geschieht. Bei dem induzierten Diamagnetismus ist die Wirkung umgekehrt; hier kann aber in keinem Punkte das induzierte Feld stärker als das äußere sein. In den rein diamagnetischen Substanzen, deren Suszeptibilität gemäß der Regel von P. Curie und der von Langevin abgeleiteten Beziehung von der Temperatur unabhängig ist, muß daher der beobachtete Halleffekt R zu dem bei Abwesenheit jedes inneren Feldes unter sonst gleichen Bedingungen denkbaren Halleffekts R_0, für den zunächst die Formel von Gans gilt, in der Beziehung stehen $2R_0 > R > 0$. Im allgemeinen wird meist über eine etwas größere Strecke das induzierte Feld der „Diamagnetonen" erheblich kleiner als das äußere sein müssen, und R in engeren Grenzen eingeschlossen sein. Daher geben die Halleffekte in Gold, Silber, Kupfer die Elektronenzahl schon in ziemlich engen Grenzen; in ihnen kommt, wie eine einfache Rechnung nach Formel I (S. 232) ergibt, zu derselben Zeit auf drei Atome ein freies Elektron. Mathematisch läßt sich das vorher Gesagte so formulieren, daß man die Formel I schreibt

$$R \cdot H_a = \frac{3\pi}{8e} \frac{N \cdot H_a + \int H_M dN}{N^2},$$

worin H_a das äußere Feld, H_M das nur von den Molekularmagneten herrührende Feld bedeutet. Das Integral hätte für jede Substanz einen bestimmten, bis jetzt noch nicht aus andern Daten abzuleitenden Wert. Man kann dann

$$R = \frac{3\pi}{8eN}(1 + \Psi) \qquad \text{(II)}$$

setzen, worin

$$\Psi = \frac{\int H_M \cdot dN}{H_a \cdot N}$$

eine positive oder negative Größe ist. J. J. Thomson hat den Einfluß der Molekularfelder auf den Moment des Zusammenstoßes bezogen, seine Anschauung aber nur angedeutet.

O. W. Richardson[2]) hat den Einfluß der Polarisationselektronen in Metallen berücksichtigt und gefunden, daß diese lokal ein dem äußeren elektrischen Feld entgegengesetztes geben könnten. Falls das Magnetfeld indirekt die Polarisationselektronen richtet, so könnte diese Annahme sehr wohl die verschiedenen Zeichen des Halleffekts erklären.

2. Eine zweite Annahme hat J. J. Thomson formuliert; die Elektronen werden von Dipolen oder Dupletts emittiert, die magnetisch und elektrisch gerichtet werden können. Dann lassen sich, abgesehen von der speziellen Hypothese von J. J. Thomson, noch andere Möglichkeiten ausdenken, die ohne weiteres die verschiedenen Zeichen des Halleffekts erklären. Man kann ferner auch die Atome nur als Magnete richtbar betrachten, die Emission der Elektronen jeweils in bestimmten Richtungen des Atoms vor sich gehen lassen und die Elektronen auf ihrer Bahn zwischen den Atomen selbst als frei betrachten. Die mathematische Formulierung der letzteren Annahme wäre ganz analog der Formel II.

Wenn wir die Elektronenzahl durch Variation eines Parameters ändern, ohne die magnetischen Eigenschaften wesentlich zu beeinflussen, so muß nach Formel II der Halleffekt dem umgekehrt proportional variieren. Aus Messungen der magnetischen Suszeptibilität läßt sich feststellen, ob dies zutrifft. Für diamagnetische Substanzen, wie Gold usw., ist z. B. bei Temperaturänderung diese Voraussetzung streng, für andere diamagnetische und paramagnetische Körper, wie die Beobachtungen von M. Owen[1]) zeigen, gut; nur für die Cer-Didymgruppe, Wismut und die ferromagnetischen Metalle gar nicht erfüllt.

Die Elektronenzahländerung können wir aber andererseits angenähert aus der Leitfähigkeit ermitteln, falls wir die noch in die Leitfähigkeit eingehende variable Größe, den Quotient Weglänge durch Wurzel aus kinetischer Energie der Elektronen kennen. Bleibt dieser Quotient konstant, so muß der Halleffekt dem Widerstand direkt proportional sein.

K. Baedeker[2]) und K. Steinberg[3]) haben zuerst die gleichzeitige Änderung von Halleffekt und Leitfähigkeit an Kupferjodür studiert. Durch Zusatz von Jod wird die Substanz besser leitend, ohne daß andere physikalische Eigenschaften[4]) stark beeinflußt werden, und um-

1) Eine mögliche Konsequenz unserer Annahme in Zusammenhang mit der Berechnung der Weglängen aus der Leitfähigkeit wäre die Durchquerung der Elektronen durch einige Atome des kristallisierten Metalls. Innerhalb der Atome müßten die Elektronen faradisch geschützt sein. Bei einem Zusammenstoß mit dem zentralen Teil des Atoms würden die Elektronen gemäß einer Annahme von P. Lenard, Sitz.-Ber. Heid. Akad. 1913, Abh. 1, S. 4, vom Atom festgehalten.

2) O. W. Richardson, Phil. Mag. **23**, 615, 1912.

1) M. Owen, Ann. d. Phys. **37**, 657, 1912.

2) K. Baedeker, Ann. d. Phys. **29**, 578, 1909.

3) K. Steinberg, Ann. d. Phys. **35**, 1099, 1911.

4) Nur findet ein allmählicher Übergang des diamagnetischen Kupferjodür in paramagnetisches Kupferjodid statt, was sich auch in der Zeichenänderung des Halleffeks kundgibt. Das Zeichen des Halleffekts im diamagnetischen Kupferjodid zeigt, daß auch die einwertigen Kupferverbindungen nicht rein diamagnetisch sind, und daß die wenigen freien Elektronen sich z. T. gerade in der Nähe der Magnetonen bewegen.

Tabelle 1.

	t	ϱ	R_a	$1{,}125+\frac{q}{4T}$	R_i	$\frac{R_i}{R_i'}$	w	$\frac{w}{1+\alpha t}-N$	$\frac{N}{N'}$	P	$\frac{P}{P'}$
Graphit[1])	16	$-5{,}6\cdot10^{-1}$	$-6{,}95\cdot10^{-1}$	1,30	$-5{,}38\cdot10^{-1}$	1,11	$4{,}56\cdot10^{-4}$	4,43	1,14	$-5{,}9\cdot10^{-5}$	1,08
	90	$-5{,}2\cdot10^{-1}$	$-6{,}10\cdot10^{-1}$	1,26	$-4{,}35\cdot10^{-1}$		$4{,}37\cdot10^{-4}$	3,88		$-5{,}5\cdot10^{-5}$	
Siliziumeisen (5,2 Proz. *Fe*)	16	+24,5	+185	1,54	+120	1,36	$4{,}41\cdot10^{-2}$	4,20	1,42	$+2{,}6\cdot10^{-3}$	1,39
	90	+19,2	+139	1,47	+ 88		$3{,}76\cdot10^{-2}$	2,17		$+1{,}9\cdot10^{-3}$	
Molybdänglanz	18	$-1{,}85\cdot10^{3}$	$-2{,}6\cdot10^{3}$	1,98	$-1{,}31\cdot10^{3}$	2,67	1,80	1,70	2,13	$+2{,}8\cdot10^{-2}$	3
	90	$-0{,}59\cdot10^{2}$	$-8{,}8\cdot10^{2}$	1,81	$-4{,}9\cdot10^{2}$		1,06	0,80		$+9\cdot10^{-3}$(?)	

gekehrt proportional der hierdurch angezeigten Elektronenvermehrung vermindert sich der Halleffekt.

Wir haben zur Prüfung der Beziehung drei Substanzen genommen, deren Elektronenzahl sich mit der Temperatur, und zwar verschieden stark, ändert, und an ihnen die Halleffekte bei zwei Temperaturen gemessen.

Die Halleffekte müssen hier in doppelter Weise korrigiert werden. Erstens bedingt der sehr starke Ettinghauseneffekt eine Temperaturdifferenz und damit Thermokräfte an den Stellen, wo die seitlichen Hallelektroden, Eisen- bzw. Konstantandrähte zur Messung der Temperatur an die Substanz gelötet sind. Die hierdurch bedingte Korrektion an der transversalen Potentialdifferenz ist wegen der großen Thermokräfte der Halbleiter gegen alle Metalle stark, oft größer als 50 Proz.; sie kann aber genau bestimmt werden, da wir die Thermokraft an demselben Material nach einer neuen Methode exakt gemessen haben. Beim Halleffekt der Metalle ist dagegen diese Korrektion unwesentlich; sie kann dort völlig eliminiert werden, indem man, wie das Zahn getan hat, Drähte aus gleichem Material anbringt. Bei Molybdänglanz usw. ist das letztere natürlich nicht möglich; es ist schon schwierig genug, geeignete Platten zu finden. — Außerdem kommt eine weitere Korrektion, nämlich vom adiabatischen auf isothermen Halleffekt hinzu. In allen Fällen, in denen die thermomagnetischen Effekte relativ groß verglichen mit Wärmekapazität und der äußern und innern Wärmeleitung sind, wie gerade bei den hier untersuchten in dicker Schicht[2]) verwandten Substanzen, wird sich der adiabatische Halleffekt einstellen. Darauf hat insbesondere M. Corbino[1]) aufmerksam gemacht. Hier waren die bis 3 mm dicken Platten durch Asbest thermisch isoliert in Luft; die hohen Temperaturdifferenzen der Ettinghauseneffekte, die man auf diese Art gleichzeitig ermitteln kann, weisen in der Tat auf adiabatischen Vorgang. Man muß dann nach der Theorie von Gans, um das isotherme R zu erhalten, das adiabatische R durch

$$\frac{T d \lg N}{4 dT} + 1{,}125$$

dividieren. Es ist aber für diese Substanzen

$$N = N_0 e^{-\frac{q}{T}},$$

worin sich q aus der Widerstandsformel

$$w = w_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)\, e^{+q\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)}$$

bestimmt. Also

$$R_i = R_A : \left(1{,}125 + \frac{q}{4T}\right).$$

Für den hier untersuchten Graphit ist q etwa angenähert 200, Silizium $q = 500$, Molybdänglanz $q = 1000$.

Die Temperaturkurve des Widerstands erlaubt diese Größen zu berechnen, und so den Halleffekt bei verschiedenen Temperaturen $\frac{R_i}{R_i'}$ mit der zugehörigen, aus dem Widerstand ermittelten Elektronenzahl $\frac{N}{N'}$ zu vergleichen.

Bei allen Metallen bedingt noch der Nernsteffekt eine Korrektion. Es ist

$$R_{(\text{korrig.})} = R_i \left(1 - \frac{Q}{R} \cdot \frac{\Pi}{K}\right),$$

worin Q die Konstante des Nernsteffekts, Π die Peltierwärme, K die Wärmeleitung ist. Doch nur bei Molybdänglanz ist diese Korrektion zu beachten; da aber Q nicht genau bekannt, ist sie nur angenähert auf etwa 10 Proz. zu schätzen. (Siehe Tabelle 1.)

Wie man sieht, ist innerhalb der Fehlergrenzen dieser recht schwierigen Messungen

1) Unser Graphit zeigt nach freundlicher Mitteilung von Herrn J. H. G. du Bois geringe Widerstandsänderung im Magnetfeld (vgl. D. E. Roberts, Versl. K. Akad. Amsterdam, p. 221, 1912).

2) K. Baedeker und K. Steinberg haben Kupferjodür, das auch hohe thermodynamische Effekte aufweisen muß, in ganz dünner Schicht (einige μ dick) auf Glas verwandt, so daß die äußere Wärmeleitfähigkeit den Halleffekt praktisch isotherm machte.

1) M. Corbino, Rend. Acc. Linc. (5) **20**, 914, 1911; diese Zeitschr. **12**, 842—845, 1911.

die theoretisch zu erwartende Beziehung erfüllt. Die Widerstandsmessungen hat Hr. Eith durch Kompensation der Potentialdifferenzen in der Mitte des stromdurchflossenen Stabes ausgeführt, wobei die Übergangswiderstände ausgeschaltet waren. Beimengungen chemischer Natur können die Leitfähigkeit der festen oder kristallisierten Materie erheblich beeinflussen, bei den Halbleitern nicht nur vermindern, sondern auch sehr stark erhöhen, was bisweilen nicht beachtet wird. Das von K. Baedeker studierte Kupferjodür mit variabler Jodbeimengung ist ein gutes Beispiel für Leitfähigkeitserhöhung. Natürlich ändern sich dann alle andern Eigenschaften mehr oder minder auch, und man muß, um theoretische Schlüsse ziehen zu können, deshalb stets an demselben Material alle Eigenschaften bestimmen, die man vergleichen will.

Die Ettinghauseneffekte P ermöglichen wegen der thermodynamischen Beziehung[1]) zum Nernsteffekt Q dessen Zeichen, und da die Thomsonwärmen σ an denselben Substanzen von J. Weiss[2]) bestimmt sind, die Beziehung von Moreau[3]) auf ihr Zeichen zu prüfen.

	R	σ	$Q_{\text{ber. nach Moreau}}$	P	$Q_{\text{thermod.}}$
Si	+	−	+	+	−
C	−	+	+	−	+
Mo	−	+	+	+	−

Die Regel von Moreau trifft für diese Substanzen demnach nicht zu.

Die Theorie von Gans[4]) gibt, wie man aus den Formeln leicht ableiten kann,

$$P = + R \frac{3}{2} \frac{e}{\alpha},$$

worin R der isotherme Halleffekt ist oder

$$P = - R \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-4}.$$

Diese Beziehung ist quantitativ der Größenordnung nach mit den Experimenten in Übereinstimmung; dagegen ist das Zeichen tatsächlich wechselnd, nur für Eisen und Nickel zutreffend, bei den hier untersuchten Substanzen teilweise umgekehrt. Die daraus folgende Gleichheit der Temperaturabhängigkeit beider Effekte stimmt bei den hier untersuchten Substanzen ganz gut. (Vgl. Tabelle 1.) Eine Änderung muß die Theorie des Ettinghauseneffektes ferner dadurch erfahren, daß die Wärmeleitung in Wirklichkeit nicht nur durch Elektronen erfolgt; dies bedingt erstens eine Korrektion an P, zweitens einen anderen Ansatz für den Wärmestrom.

Wir könnten noch weiter versuchen, an dem vorliegenden Material allgemein die Richtigkeit der Beziehung $\frac{R \cdot N}{\Psi} = \text{const}$ zu prüfen. Um den Widerstand der Elektronenzahl umgekehrt proportional setzen zu können, müßten wir ihn durch den Quotient $X =$ Wurzel aus kinetischer Energie der Elektronen durch Weglänge dividieren. Von dieser Größe ist aber nur die Temperaturabhängigkeit, nicht der absolute Wert bekannt; deshalb werden wir erst sehen, inwieweit die Beziehung $\frac{R}{w} = \text{const}$ erfüllt ist, und aus diesem Quotienten auf die Unterschiede in Ψ und X bei den verschiedenen Substanzen schließen.

(Siehe Tabelle 2.)

Die Regel von Beattie, daß Halleffekt und Thermokraft korrespondierende Zeichen haben, kann so gefaßt werden, daß sie von der Bezugsubstanz für die Thermokraft unabhängig wird, wenn man auch die Differenz der Halleffekte gegen die Bezugssubstanz nimmt.

Interessant ist ihre Bestätigung (vgl. die beiden letzten Spalten Tabelle 2). Eine klare Ausnahme ist nur Kupferjodür, das wohl, worauf das Verhalten der zweiwertigen Kupfersalze deutet, ebenso stark dia- wie paramagnetisch ist. Die fast allgemeine Gültigkeit der Regel von Beattie weist auf den Zusammenhang der magnetischen Eigenschaften mit der Thermoelektrizität und dem Elektronendruck. Im Bild der Annahme 1 würden die Elektronen, wenn sie in magnetische Felder anderer Atome kommen, halbkreisförmig auf ihrer Bahn zurücklaufen, und so könnte aus einem positiven Elektronendruck ein negativer entstehen. Man wird daher Zeichenverschiedenheit der Thermokraft gegen die Normalmetalle (Gold usw.) nicht durch die Elektronenzahl, sondern durch die magnetischen Eigenschaften erklären können. Damit fällt eine Schwierigkeit der Elektronentheorie weg[1]). Die Größe der Thermokräfte hängt dagegen wesentlich von dem lg der Elektronenzahl ab, wie neuerdings K. Baedeker[2]) zeigte. Doch erreicht die Thermokraft, wie a. a. O. gezeigt werden soll, ein Maximum, das durch weitere Verminderung der Elektronenzahl nicht überschritten werden kann. Diese letztere Erscheinung ist wohl auf elektrostatische Ursachen,

1) Vgl. K. Baedeker, Elektrische Erscheinungen in metallischen Leitern, Braunschweig 1911, S. 120.
2) J. Weiss, Inaug.-Diss., Freiburg, und Ann. d. Phys. **38**, 696, 1912.
3) Moreau, Journ. de Phys. (3) **9**, 498, 1900.
4) loc. cit., S. 307.

1) Vgl. J. Weiss und J. Koenigsberger, Ann. d. Phys. **35**, 38, 1911.
2) K. Baedeker, diese Zeitschr. **13**, 1080, 1912.

Tabelle 2.

	[1] R bei 18°	w bei 18°	$\frac{R}{w}$	$R - R_{Au}$	Zeichen d. Thermokraft gegen Gold
Halbleiter					
Molybdänglanz	$-2{,}6 \cdot 10^{3}$	1.8	$1{,}4 \cdot 10^{3}$	−	+
Silizium	$+1{,}85 \cdot 10^{2}$	$4{,}4 \cdot 10^{-2}$	$4{,}2 \cdot 10^{3}$	+	−
Graphit	$-6{,}95 \cdot 10^{-1}$	$4{,}5 \cdot 10^{-4}$	$1{,}5 \cdot 10^{3}$	−	+
Kupferjodür	$+1{,}1 \cdot 10^{-4}$	94	$1{,}2 \cdot 10^{2}$	+	+
Metalle					
Silber	$-8{,}9 \cdot 10^{-4}$	$1{,}6 \cdot 10^{-6}$	$5{,}5 \cdot 10^{2}$	+	−
Gold	$-7{,}2 \cdot 10^{-4}$	$2{,}3 \cdot 10^{-6}$	$3{,}6 \cdot 10^{2}$	o	o
Kupfer	$-5{,}3 \cdot 10^{-4}$	$1{,}7 \cdot 10^{-6}$	$3{,}1 \cdot 10^{2}$	+	o
Aluminium	$-3{,}9 \cdot 10^{-4}$	$3{,}2 \cdot 10^{-6}$	$1{,}2 \cdot 10^{2}$	−	+
Platin	$-2{,}0 \cdot 10^{-4}$	$1{,}1 \cdot 10^{-5}$	$1{,}8 \cdot 10^{1}$	+	o
Palladium	$-6{,}8 \cdot 10^{-4}$	$1{,}1 \cdot 10^{-5}$	$6{,}2 \cdot 10^{1}$	o	+
Iridium	$+4{,}0 \cdot 10^{-4}$	$5{,}3 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{1}$	+	−
Kadmium	$+5{,}9 \cdot 10^{-4}$	$7{,}6 \cdot 10^{-6}$	$7{,}8 \cdot 10^{1}$	−	o
Zink	$+1{,}0 \cdot 10^{-3}$	$6{,}1 \cdot 10^{-6}$	$1{,}6 \cdot 10^{2}$	+	o
Eisen	$+1{,}0 \cdot 10^{-3}$	$1{,}0 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{2}$	+	−
Nickel	$-2{,}8 \cdot 10^{-3}$	$1{,}0 \cdot 10^{-5}$	$2{,}8 \cdot 10^{2}$	−	+
Antimon	$+1{,}2 \cdot 10^{-1}$	$4{,}5 \cdot 10^{-5}$	$2{,}7 \cdot 10^{3}$	+	−
Wismut	von $-11\,(\perp H)$ $-0{,}4\,(\parallel H)$ bis $+10$	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	$+1 \cdot 10^{5} - 4 \cdot 10^{3}$	− bis +	+
Legierungen					
Kadmium–Antimon ($Sb-Cd$)	$+8{,}01$	$5 \cdot 10^{-2}$	$1{,}6 \cdot 10^{2}$	+	−
$Sb-Cd_2$	$+8 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$1{,}6 \cdot 10^{2}$	+	−
Neusilber	$-5 \cdot 10^{-4}$	$1{,}5 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{1}$	+	?
Konstantan	$-9 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{1}$	−	+

Influenzkräfte, zurückzuführen. Eine qualitative Übereinstimmung von Theorie und Beobachtung ist jetzt, wie a. a. O. gezeigt werden soll, auch bei den Thomsonwärmen da.

Man sieht, daß, obwohl Halleffekte und Widerstände um das 10^2fache variieren, der Quotient $\frac{R}{w}$ ziemlich konstant ist. $X : \Psi$ kann also nur um etwa 10^2 verschieden sein. Bei den Halbleitern ist wohl X etwas größer als bei den Normalmetallen, während bei den ferromagnetischen und stark diamagnetischen Metallen Ψ die Anomalien verursacht.

Besonders bemerkenswert ist das Verhalten der Legierungen. Die Übereinstimmung des Koeffizienten $\frac{R}{w}$ mit dem der Metalle zeigt, daß ihr geringes Leitvermögen nicht durch besonders kleine Weglänge oder kleine Werte von $f(T)$, sondern durch geringe Elektronenzahl bedingt ist. Letztere ist von der Temperatur unabhängig, und zwar noch strenger als bei Metallen, wie die Halleffektsmessungen von Kamerlingh Onnes[1]) und B. Beckmann gezeigt haben. Die Ursache der geringen Elektronenzahl der Legierungen kann also kaum eine chemische Bindung des Elektrons sein wie bei den Halbleitern, sondern muß mit einer physikalischen Eigenschaft in Beziehung gesetzt werden, und zwar wohl mit derselben, die für Metalle die ebenfalls nahezu konstante Elektronenzahl pro Atom < 1 bedingt. Einzelne Legierungen der Antimon-Kadmiumreihe usw. stehen aber schon den Verbindungen und Halbleitern näher als den Metallen.

Der Normalwert des Quotienten $\frac{R}{w}$ ist durch die Edelmetalle gegeben und entspricht etwa einem freien Elektron auf drei Atome.

In den schwach paramagnetischen Substanzen, wie Aluminium, Platin, Palladium, Iridium und den sowohl Magnetonen wie „Diamagnetonen" enthaltenden Zink, Kadmium[2]) ist der Quotient kleiner als normal, weil hier eine lokale Kompensierung des äußeren Feldes

[1]) Die Hallkoeffizienten sind nach Beobachtungen von H. Zahn (Ann. d. Phys. **14**, 886, 1904 und **16**, 148, 1905), A. Smith (Phys. Rev. **32**, 178, 1911), K. Steinberg (Ann. d. Phys. **35**, 1009, 1011) und von H. Alterthum (Ann. d. Phys. **39**, 933, 1012) und unseren Messungen gegeben.

[1]) Kamerlingh Onnes und B. Beckmann, Comm. Phys. Lab. Leiden, Nr. 129, 1912.

[2]) Dies hat H. Alterthum aus den Messungen von Messungen von K. Owen über Temperaturänderung der Suszeptibilität von Zink und Kadmium gefolgert.

durch die Magnetonen eintritt. Zum Teil sind die rücklaufenden Felder der Magnetonen so stark, daß sie einen Zeichenwechsel bedingen. In den ferromagnetischen Substanzen sind die innern Felder besonders kräftig. Daß tatsächlich die Elektronen besonders gerichtete Bahnen zwischen den Atomen beschreiben, zeigt die Abhängigkeit des Halleffekts von der Richtung in Wismutkristallen. Hier weist die von J. Becquerel[1]) vorgenommene Zerlegung der Halleffektskonstante schon darauf hin, daß die Elektronenbahn zum Teil in einem durch Diamagnetonen bestimmten, von 3 kg-Gauß ab magnetisch konstanten Wegstück, zum Teil in einem nur durch das äußere Kraftfeld und ihm proportionalen Weg verläuft. Die Temperatur-, Feldstärken- und Richtungsabhängigkeit ist da sehr kompliziert. — Die Temperaturabhängigkeit des Halleffekts ist, wie erwähnt, bei den meisten Metallen gering in Übereinstimmung mit den Messungen von Owen. Die stärkere Abnahme des Halleffekts mit sinkender Temperatur bei Eisen und Nickel ist kaum auf eine Zunahme der Elektronenzahl, sondern eher auf die infolge gleichmäßiger Richtung der Magnete eintretende Zusammenschnürung der Kraftlinien zurückzuführen. Auf den Bahnen der Elektronen werden die Kraftlinien spärlicher.

Zusammenfassend kann man sagen, daß der Halleffekt trotz mancher Widersprüche in die Elektronentheorie der Metalle hineinpaßt; seine Beziehung zur Größe der elektrischen Leitfähigkeit und Elektronenzahl tritt klar hervor. Daß seine Erklärung zu weitern Hypothesen über die Struktur der Kristalle und Atome führt, ist nicht überraschend; in der kinetischen Gastheorie hat man ähnliche Wege einschlagen müssen.

1) J. Becquerel, C. R. 154, 1595, 1912.

(Eingegangen 17. Februar 1913.)

Über Elektrometer von hoher Empfindlichkeit.

Von C. Mülly.

Im Jahr 1906[1]) ist von Prof. A. Kleiner eine Ausgestaltung des Quadranten-Elektrometers beschrieben worden, durch welche die Empfindlichkeit des Instruments bis zur Messung von nahezu 10^{-6} Volt gesteigert werden konnte. Da ich mit diesem Elektrometer längere Zeit gearbeitet, seine Leistungen kennen gelernt habe, und weil das Instrument seit seiner ersten Beschreibung einige Abänderungen erfahren hat, sei mir gestattet, über jetzige Leistung und Gestalt desselben zu berichten.

1) Vierteljahrsschrift d. N. G., Zürich 1906, S. 126.

I. Beschreibung.

Der Konstruktion liegt die Überlegung zugrunde, daß, wenn man die sehr geringe Richtkraft der von Heraeus hergestellten Wollastonfäden von 3 μ bis 7 μ Dicke zu elektrometrischen Messungen verwendbar machen will, man dafür sorgen muß, daß Schwingungsdauer und Dämpfung der Nadel nicht zu groß werden; d. h. man muß das Trägheitsmoment derselben möglichst klein machen. Die bisher gebräuchliche Form der Nadel von Quadranten-Elektrometern ist eine solche, daß trotz kleinem Gewicht des Gehänges das Trägheitsmoment relativ groß ausfällt und brauchbare Schwingungszeiten bei Verwendung ganz feiner Fäden sich nicht erreichen lassen. Auf Grund dieser Erwägung sind beim neuen Instrument die Flügel der Nadel abwärts gebogen, dementsprechend der Hohlraum des Quadrantensystems vertikal gestellt worden, sodaß die wesentlichen Bestandteile des Instruments, Nadel und Quadranten, den Fig. 1 und 2 entsprechen.

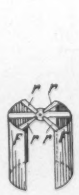


Fig. 1

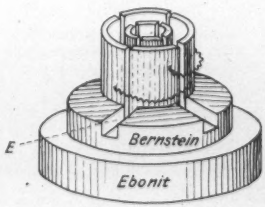


Fig. 2.

Die Dimensionen sind so gewählt, wie mannigfache Erfahrungen sie als die günstigsten ergeben haben. Es sind die folgenden:

Höhe der Quadranten	12 mm
Äußerer Durchmesser der inneren Quadranten	8 mm
Innerer Durchmesser der äußeren Quadranten	16 mm
Durchmesser der Nadel	12 mm
Also Spielraum der Nadel . . .	4 mm

Vergrößerungen wie auch Verkleinerungen der Durchmesser-Dimensionen vermindern die erreichbare Empfindlichkeit, welche in der Hauptsache durch die Dimensionen der verwendbaren Aufhängefäden und die Größe des anlegbaren Hilfspotentials bestimmt ist. Es sind folgende Empfindlichkeiten erreicht worden. Für weitere Quadranten als die oben angegebenen bei

116 Volt Nadelladung und einem Abstand von 3 m zwischen Spiegel und Skala, 2500 Skt. pro Volt; für engere, bei 60 Volt Nadelladung und demselben Skalenabstand 15000 Skt. pro Volt; und endlich für die obigen Quadrantenverhältnisse 45000 Skt. pro Volt und mehr bei 100 Volt Nadelpotential. Fig. 6.

Bei der Herstellung, sowohl der Quadranten als auch der Nadel, ist möglichste Genauigkeit der Symmetrie einzuhalten, weil bei der Kleinheit der Dimensionen konstruktive Unregelmäßigkeiten im Betrag von 0,1 mm schon Einfluß auf die Symmetrie der Ausschläge erhalten. Um der Nadel ihre genaue zylindrische Form zu geben, und zwar ohne Quetschen des sehr dünnen Aluminiumblattes, ist das folgende einfache Verfahren angewendet worden:

Man schneidet aus 0,05 mm dickem Aluminium zunächst eine Figur von nachstehender Gestalt, Fig. 3, aus. Biegt man nun auf einer zylindrischen Form die Flügel F zunächst vertikal nach unten, dann bekommen beim weitern Biegen nach der Zylindermantelfläche die Rippen r die Richtung gegen das Zentrum, Fig. 2.

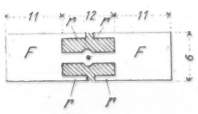


Fig. 3.

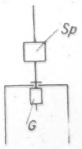


Fig. 4.

Es kann das Ganze jetzt durch Scheibchen und Schraubenmutter am Aufhängestiel zusammengeschraubt und durch schwaches Erhitzen auch noch in der Form stabilisiert werden.

Als Schraubenmutter wird dabei ein Klötzchen von einigen Zehnteln (0,2) gr Gewicht verwendet. Dieses Gewicht G, Fig. 4, hat die wichtige Funktion, zu verhindern, daß durch elektrostatische Kräfte das Gehänge zwischen den Quadranten an die letztern herangezogen wird. Von der Größe dieses Gewichts und von der Länge des Aufhängefadens hängt das Hilfspotential ab, das man an die Nadel anlegen darf; man wird daher das Gewicht so groß wählen, als der Tragfestigkeit des verwendeten Aufhängefadens entspricht. Das Gewicht 0,3 gr wird von den dünnsten in Betracht kommenden Fäden (3 μ) getragen, und es können bei dieser Belastung und einer Länge von 4,5 cm beim 3-μ-Faden 30, beim 5-μ-100, beim 7-μ-Faden 150 Volt angelegt werden.

Da alles auf Reduktion des Trägheitsmomentes des Gehänges ankommt, muß der am Aufhängestiel bei Sp, Fig. 4, befestigte Spiegel klein, oder doch sehr leicht sein. Man benutzt passend Spiegel, welche aus 0,1 mm dicken Deckgläsern ausgesucht sind; sie können 1 cm² Fläche haben, ohne an das Trägheitsmoment der Aufhängung einen erheblichen Beitrag zu ergeben.

Das Gestell, an welchem die beschriebenen, wesentlichen Apparatenteile untergebracht sind, kann die Gestalt der gebräuchlichen Quadranten-Elektrometer, z. B. des Dolezalekschen, haben, Fig. 5. Es ist wünschbar, daß die Höheneinstellung der Nadel in den Quadranten mit einer Schraube S, Fig. 5, reguliert werden kann. Bei den zuletzt hergestellten Instrumenten ist auch die Symmetrieeinstellung der Nadel über den Quadrantenschnitten mit Tangentialschraubentrieb T, Fig. 5, eingerichtet. Die Fußschrauben FS, Fig. 5, müssen so feine Gewinde haben, daß man durch sie die Nadel innerhalb 0,1 mm verschieben kann. Es ist übrigens ein wesentlicher Vorteil des Instruments, daß man die richtige Orientierung der Nadel durch das dem Spiegel gegenüberliegende Fenster übersehen kann.

Fig. 5.

Zur Sicherung möglichst guter Isolation sind die Quadranten auf einem Bernsteinklotz, Fig. 1,

montiert, der an den Schnittstellen der Quadranten mit sich kreuzenden Einschnitten E, Fig. 1, versehen ist, um den isolierenden Zwischenraum zwischen benachbarten Quadranten möglichst zu vergrößern[1]). Die Zuleitungen zu den Quadranten und zur Nadel sind durch Bernstein geführt Z[2]), Fig. 5. N = Nadel, B = Bernstein, Q = Quadrante.

Was die Kapazität anbetrifft, so ist sie, den Dimensionen des Instruments entsprechend klein, von der Größenordnung 1—2 cm.

Die in dem zuerst, 1906, hergestellten Instrument vorgesehene Evakuationsmöglichkeit ist später aufgegeben worden, weil die dadurch allenfalls erreichbaren Vorteile mit zu großen Komplikationen in der Konstruktion und zuviel Umständlichkeiten im Gebrauch des Instruments verknüpft wären.

II. Leistungen des Instruments.

Die Empfindlichkeit, welche wesentlich durch die Dimensionen des Aufhängefadens und das angelegte Hilfspotential bedingt ist, kann innerhalb enger Grenzen noch durch Heben oder Senken der Nadel in den Quadrantenhohlraum variiert werden. Ich habe 3-μ- bis 7-μ-Fäden verwendet und mit dem 5-μ-Faden bei tiefster Stellung der Nadel und bei 105 Volt angelegtem Nadelpotential im Maximum eine Empfindlichkeit von 45000 Skt. pro Volt erreicht, bei 3 m Skalenabstand. Dabei hat es die Meinung, daß diese Empfindlichkeit, wie auch die Ruhelage tagelang erhalten blieben. Noch höhere Empfindlichkeiten,

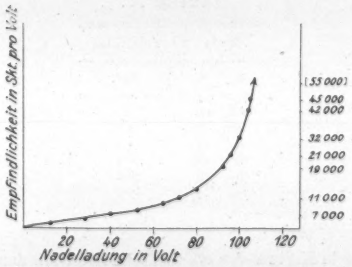


Fig. 6.

50000—100000 Skt. pro Volt, sind vorübergehend verwendet worden; aber wie bei wachsender Astasierung eines Galvanometers, stellt sich schließlich bei zunehmender Hilfsladung labiles Gleichgewicht ein. Die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Nadelladung ist durch Fig. 6 für den 5-μ-Faden graphisch dargestellt, für 7- und 3-μ-Fäden durch Tabelle I und II, und aus beiden Darstellungen ergibt sich, daß mit zunehmendem Nadelpotential die Empfindlichkeit rascher zunimmt, als der direkten Proportionalität entsprechen würde. Die Kolonnen links geben die Hilfsspannung in Volt, die rechts die entsprechenden Empfindlichkeiten in Skalenteilen pro Volt an.

Tabelle I.

3 μ Faden.

Nadelldg.	Empfindlkt.
2	750
4	1350
6	1960
8	2650
10	3315
12	3865
14	4550
16	5320
18	5985
20	6800
22	7700
24	8565
26	9495
28	10530

Tabelle II.

7 μ Faden.

Nadelldg.	Empfindlkt.
100	2270
120	4928
130	6660
140	9700

Störungen in der Stabilität der Ruhelage werden namentlich durch Luftströmungen, infolge ungleicher Bestrahlung von außen, sich einstellen können. Bei größter erreichter Empfindlichkeit mußte gegen diese Unannehmlichkeit mehrfache Einschachtelung vorgenommen werden. Diese kann aber gänzlich weggelassen werden, wenn es sich um Empfindlichkeiten bis zu 10000 Skt. pro Volt handelt.

Über Schwingungsdauer und Dämpfung habe ich folgende Angaben zu machen. 5-μ-Faden: bei mittleren Empfindlichkeiten, 20000 Skt. pro Volt, kommt die Nadel nach fünf Schwingungen, bei hohen, 45000 Skt. pro Volt, nach drei Schwingungen zur Ruhe; Schwingungsdauer und Dämpfung sind größer beim 3-μ-Faden, kleiner beim 7-μ-Faden. Schwingungsdauer 10—17 Sek.

III. Anwendungen.

Mit dem beschriebenen Instrument sind einige Messungen ausgeführt worden, die zum

1) Etwa zufällig eingetretene Elektrisierung des Bernsteins ist durch ionisierte Luft sorgfältig zu entfernen.

2) Vorzügliche Ausführung des Instruments durch Trüb, Täuber und Co. in Hombrechtikon bei Zürich.

teil mit den bisherigen Elektrometern, infolge der geringen Empfindlichkeit derselben, nicht möglich gewesen sind und die in erster Linie die praktische Brauchbarkeit des neuen Instruments feststellen sollen.

1. Es wurde mit einem Erdinduktor durch Vergleichung der Vertikal- und Horizontalintensität der erdmagnetischen Kraft die magnetische Inklination bestimmt, wobei das Elektrometer ballistische Verwendung fand. Diese elektrometrische Bestimmung empfiehlt sich da, wo starke lokale Störungen des magnetischen Feldes die Verwendung geschlossener Stromkreise mit Galvanometern ausschließen.

Die Empfindlichkeit betrug 33500 Skt. pro Volt. Anordnung und Ausführung des Experiments sind ähnlich wie bei der Bestimmung mit Galvanometer. Wird der Erdinduktor, dessen Achse horizontal gelegt und in den magnetischen Meridian orientiert ist, rasch um 180° gedreht, so bewirkt die Änderung des durch die Spulenfläche gehenden Induktionsflusses eine momentane Störung der elektrischen Verteilung im Spulendraht, eine elektrische Kraft, die das Elektrometer durch einen Ausschlag mißt. Diese Ausschläge sind entgegengesetzt gleich für Drehungen in entgegengesetztem Sinn. Stellt man die Spule vertikal, die Windungsebene in die Nord-Südrichtung, so tritt bei Drehung des Induktors um 180° wiederum ein ballistischer Ausschlag auf, etwa halb so groß wie bei der ersten Spulenlage. Das Verhältnis der durch die vertikale und horizontale Komponente der erdmagnetischen Kraft erzeugten Ausschläge ist gleich der Tangente der Inklination. Diese wurde zu 61° 40′ 53″ gefunden, einem Wert, der mit solchen auf andere Weise gefundenen übereinstimmt. Die Messungen fanden an zwei verschiedenen Tagen statt, an welchen Empfindlichkeit, Ruhelage, Ausschläge bis auf 0,1 Skalenteile gleich blieben; Tabelle III.

Tabelle III.

	Ruhelage	Nadelldg. 76 Volt	Quadrantenladung $^2/_{1000}$ Volt	△	Empfindlichkeit
20. XI. α	601,3	552,0	485,0	67	33500
21. XI. π	601,8	553,0	486,0	67	33500

2. Ferner sind mit dem gleichen Instrument Messungen ausgeführt worden zum Nachweis elektrischer Kraft im ungeschlossenen Leiter, hervorgerufen durch magnetische Schiebungsströme in einer Eisendrahtspirale, die zwischen die Pole eines Elektromagneten eingeklemmt ist. Durch diese Eisendrahtspirale ist ein Kupferdraht isoliert durchgeführt. Ein Ende desselben liegt an Erde mit dem einen Quadrantenpaar, das andere ist mit den Meßquadranten verbunden. Die Empfindlichkeit war 43900 Skt. pro Volt. Beim Entstehen und Verschwinden des magnetischen Feldes zeigt nun das Elektrometer Ausschläge an, von gleicher Größe, aber entgegengesetzter Richtung. Wird das Magnetfeld durch einen Strom von 10 Ampere erregt, so bewirkt der Schiebungsstrom durch eine Eisendrahtspirale (10 mm Drahtquerschnitt, 25 cm Spiralenlänge) bei der genannten Empfindlichkeit einen Ausschlag am Elektrometer von 8 Skt., während eine andere Spirale (20 mm Drahtquerschnitt) 15,2 Skt. Ausschlag erzeugt. Die Untersuchungen sind an mehreren Eisendrahtspiralen ausgeführt worden. Aus den vorläufigen Resultaten geht hervor, daß die durch Induktion im Innern der Eisendrahtspirale im Leiter erregte elektrische Kraft im weiten Meßbereich (Kurve 1, Fig. 7) annähernd proportional ist dem Querschnitt des Spiralendrahtes, Tabelle IV, und der magnetisierenden Kraft, Fig. 7,

Fig. 7.

Tabelle IV.

Spule		Ausschlag
q	l	Skt.
mm	cm	
8	25	3,8
9	25	5,1
10	25	6,1
15	25	8,2
20	25	10,0

q = Querschnitt.
l = Länge.

wo in Kurve 2 der magnetische Kraftfluß durch die mittlere Windung mit Hilfe einer Probespule von 40 Windungen galvanometrisch gemessen wurde.

Zürich, 4. Februar 1913.

(Eingegangen 8. Februar 1913.)

Eine einfache photometrische Methode zur Ausmessung der Schwärzung photographischer Platten.

Von Günther Neumann.

Gelegentlich einer Arbeit, die im hiesigen Physikalischen Institut durchgeführt wird, stellte es sich als notwendig heraus, die Schwärzungsverteilung photographischer Platten zu photometrieren. Da keiner der bekannten Apparate, die für diesen Zweck gebaut sind — wie das Hartmannsche Mikrophotometer oder die kürzlich veröffentlichte Anordnung von P. P. Koch[1]) —, zur Verfügung stand, mußte mit den im Institut vorhandenen Mitteln eine brauchbare Methode ausgearbeitet werden. Sie soll im folgenden beschrieben werden, obwohl sie mit den genannten Apparaten an Leistungsfähigkeit nicht konkurrieren kann. Indessen hat sie den Vorzug großer Einfachheit und geringer Kosten und kann ohne weiteres an einem gewöhnlichen Photometer, z. B. dem Lummer-Brodhunschen, angebracht werden.

Als Photometer stand zur Verfügung eine Photometerbank von 2,5 m Länge von Schmidt & Haensch in Berlin mit einem Lummer-Brodhunschen Würfel[2]). Der Gedanke lag nahe, vor die Öffnungen des Photometerkopfes zwei horizontale Spalte zu bringen, und vor dem einen Spalt die auszumessende Platte in vertikaler Richtung vorbeizuführen. Die endgültige Anordnung ist in Fig. 1 schematisch im Grundriß dargestellt.

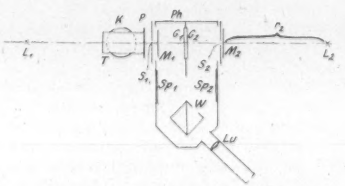


Fig. 1. Grundriß. Die Spalte S_1 und S_2 sind der Übersichtlichkeit halber vertikal gezeichnet.

Ph ist der Photometerkopf. Das Licht der beiden Lichtquellen L_1 und L_2 fällt durch zwei rechteckige Ausschnitte in der Wandung von Ph auf die beiden Seiten G_1 und G_2 einer Gipsplatte. Diese senden diffuses Licht nach dem Spiegel Sp_1 und Sp_2 bzw., das von den Spiegeln auf den Photometerwürfel W geworfen wird. Durch die Lupe Lu wird beobachtet. Gleiche Helligkeit beider Gesichtsfeldhälften wird erzielt durch Verschiebung von L_2, während L_1 und Ph feststehen. Vor die beiden rechteckigen Ausschnitte sind zwei horizontale Spalte S_1 und S_2 symmetrisch zu G_1 und G_2 gebracht — sie sind in Fig. 1 zur besseren Kenntlichmachung vertikal gezeichnet —; zwischen die Lichtquelle L_1 und den Spalt S_1 wird die photographische Platte gestellt, so daß die Schwärzungsstreifen, z. B. Spektrallinien, horizontal verlaufen. Die Platte steht auf dem Tischchen T, das mittels einer Schraubenspindel gehoben und gesenkt werden kann, so daß also die einzelnen Streifen der Platte allmählich am Spalt vorbeigeführt werden können. Am Teilkreis K kann die Stellung des Tischchens abgelesen werden. Einzelheiten der Konstruktion folgen weiter unten an Hand der Fig. 2. Um die Helligkeitsverteilung auf G_1 und G_2 gleichmäßiger zu machen, sind die beiden fein mattierten Glasplatten M_1 und M_2 in den Strahlengang geschaltet, und zwar ist die matte Seite von M_2, um die Berechnung zu vereinfachen, direkt auf die Spaltebene von S_2 gelegt; bei M_1 ist die Anordnung etwas anders, obwohl im Interesse möglichst gleicher Helligkeitsverteilung auf der Gipsplatte eine symmetrische Stellung an sich günstiger wäre. Der Grund dieser Abänderung wird weiter unten angegeben werden.

Beobachtete man durch die Lupe Lu, so zeigte sich, daß das Helligkeitsverhältnis der beiden Gesichtsfeldteile, wenn nahezu auf gleiche Helligkeit eingestellt war, ziemlich stark von der Stellung des Auges abhing. Da außerdem die Randpartien, die ihr Licht von den nur wenig beleuchteten Randteilen der Gipsplatte erhalten, beim genauen Einstellen nur störend wirken, so sollte auch noch eine Blende eingeschaltet werden, die nur einen kleinen Bezirk in der Mitte ausblendete. Dies ist aber bei einer Lupe, die kein reelles Bild entwirft, nicht ausführbar. Aus diesen beiden Gründen wurde statt der Lupe ein Fernrohr von etwa dreifacher Vergrößerung verwendet. Stärkere Vergrößerung ist unzweckmäßig, da dann die unter 45° gegen die Fernrohrachse geneigte Einstellebene — die Grenzfläche der beiden Prismen im Würfel W — nicht mehr in allen Teilen scharf zu sehen ist. In das Fernrohr wurde in der Ebene des vom Objektiv entworfenen reellen Bildes eine Blende eingesetzt in Form eines Rechtecks mit 1 mm langer Vertikalkante und 2 mm langer Horizontalkante. Dieses Rechteck lag symmetrisch zur mittleren Grenzlinie des Gesichtsfeldes.

Da beim Fernrohr eine reelle Austrittspupille vorhanden ist, die durch den Okular-

1) P. P. Koch, Ann. d. Phys. **39**, 705, 1912.
2) vgl. O. Lummer, Optik, in Müller-Pouillets Lb. d. Phys. Bd. II, S. 27 u. 31. 10. Aufl. 1909.

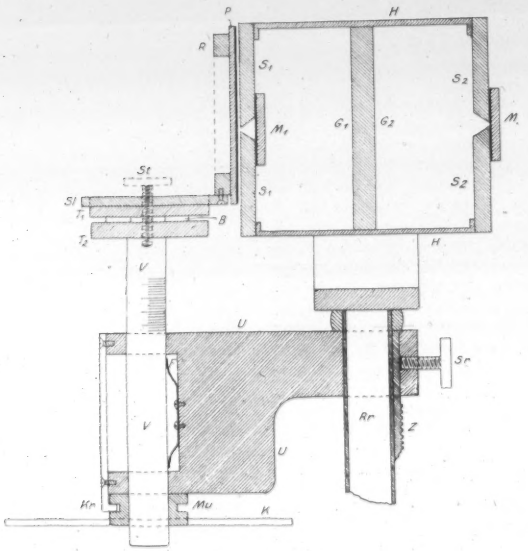


Fig. 2. Aufriß.

kreis fixiert wird, fällt der Fehler, der durch verschiedene Augenstellung bei der Lupe verursacht wird, fort[1]).

Photometriert wurde, wie schon angedeutet, in der Weise, daß nur die Lichtquelle L_2 verschoben wurde, bis das Gesichtsfeld gleichmäßig hell erschien. Bringt man zwei verschiedene Streifen der Platte P vor den Spalt S_1, so sind daher die auf G_1 erzeugten Helligkeiten h_1 und h_2 den Schwärzungen der Platte s_1 und s_2 umgekehrt proportional zu setzen:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{s_2}{s_1}$$

Dieselbe Helligkeit muß L_2 auf G_2 erzeugen, wenn das Gesichtsfeld homogen hell erscheinen soll. Sei die absolute Helligkeit von L_2 gleich J, dann herrscht auf der Spalt-Mattscheiben-Ebene $S_2 - M_2$ die Helligkeit $\frac{J}{r_2^2}$, wenn der Abstand $S_2 L_2 = r_2$ ist, dagegen beim Abstande r'_2 die Helligkeit $\frac{r'^2_2}{J}$. Der Spalt sendet nun seinerseits Licht auf die Gipsfläche G_2 im Abstande r_0 und die hier erzielten Helligkeiten verhalten sich wie:

$$\frac{\left(\frac{J}{r_2^2}\right)}{r_0^2} : \frac{\left(\frac{J}{r'^2_2}\right)}{r_0^2}, \text{ oder wie } \frac{r'^2_2}{r_2^2}.$$

Ist das Gesichtsfeld homogen hell, so muß also sein:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{r'^2_2}{r_2^2},$$

das heißt also, die Schwärzungen der einzelnen Plattenstreifen sind proportional dem Quadrat des Abstandes der bewegten Lichtquelle L_2 vom Spalt S_2 bei Kompensationsstellung.

In Fig. 2 sind die Einzelheiten der Konstruktion zu erkennen. Die Figur stellt einen senkrechten Schnitt in der Linie $L_1 L_2$ dar.

Die Spalte S_1 und S_2, die mittels zweier Schrauben verstellt werden können (sie sind in der Figur weggelassen), sitzen an der Gehäusewand H des Photometerkopfes und sind mittels zweier Kopfschrauben mit ihr verschraubt. Die Spaltlänge beträgt bei dem im Gebrauche befindlichen Apparat 8 mm mit Rücksicht auf den vorliegenden Zweck. Sie könnten im Interesse größerer Helligkeit so lang gemacht werden, wie es die beiden Ausschnitte in der Gehäuse-

1) vgl. O. Lummer, Optik, in Müller-Pouillets Lehrb. d. Phys. Bd. II, § 270 S. 545 und § 256 S. 516, 10. Aufl. 1909.

wand gestatten, also etwa 2—3 cm. Die Spaltbreite wurde durch zwischengelegte Papierstreifen von bekannter Dicke bestimmt, da es nur darauf ankam, die Größenordnung zu kennen. Die kleinste, bis jetzt verwendete Breite betrug 0,085 mm. Die Mattscheibe M_2 liegt mit der (dickgezeichneten) matten Seite direkt auf der Schneidenebene des Spaltes S_2, dagegen ist M_1 auf die Innenseite des Spaltes S_1 gekittet. Da nämlich die Schicht der photographischen Platte aus einer Anhäufung undurchsichtiger Silberkörnchen besteht, ist ihre Wirkung nicht einfach gleich der einer schwächenden Rauchglasplatte zu setzen, es tritt vielmehr durch Beugung und Reflexion an den Silberteilchen eine teilweise Zerstreuung des durch die Platte hindurchgehenden Lichtes nach der Seite ein. Um diese Fehlerquelle möglichst gering zu machen, wurde die photographische Platte ganz dicht, auf wenige Zehntel Millimeter, vor den Spalt S_1 gebracht, und zwar mit der Schicht zum Spalt gekehrt. Aus diesem Grunde mußte die Mattscheibe M_1 an der Innenseite des Spaltes S_1 aufgestellt werden.

Die Konstruktion des verstellbaren Tischchens ist folgende. Das Gußstück U ist mittels einer zylindrischen Bohrung auf das Fußrohr Rr des Photometerkopfes aufgesetzt, nachdem der letztere abgehoben worden war. Die Zahnstange Z des Fußes paßt in eine Rinne von U hinein und dient gleichzeitig als Führung. Die Schraube Sr dient zum Festklemmen. Der Träger U hat am freien Ende zwei verdickte Ansätze, die vertikale Durchbohrungen von viereckigem Querschnitt haben. Durch sie hindurch geht ein vierkantiger Stab V, auf den ein in der Figur nicht gezeichnetes Gewinde aufgeschnitten ist, und auf welchem die Mutter Mu läuft. V erhält Führung durch zwei Federn F; die nicht gezeichnete liegt vor der Zeichenebene und wirkt von vorn nach hinten. Eine mit U verschraubte Kralle Kr greift in eine ringförmige Ausdrehung von Mu, so daß die Mutter sich drehen, aber nicht heben und senken kann. Ein Drehen der Mutter verursacht also ein Heben und Senken von V. Das Gewinde hat eine Ganghöhe von 1 mm und ist etwa 50 mm lang. Mu trägt einen Teilkreis K, in 360° eingeteilt, auf dem die feine Einstellung abgelesen werden kann, während die grobe mittels einer auf V angebrachten (in der Figur nur teilweise angedeuteten) Millimeterskala geschieht. Spindel und Teilkreis wurden auf der Teilmaschine geeicht. Auf der Säule V ist die doppelte Tischplatte $T_1 T_2$ von rechteckiger Form befestigt. T_1 trägt zwei Führungsbacken, zwischen denen der Schlitten Sl verschoben werden kann. An diesen Schlitten Sl ist ein viereckiges Metallrähmchen R angeschraubt, das der eigentliche Träger der Platte P ist. Die Platte wird an R mittels zweier flacher Federn angeklemmt.

Die Justierung der Platte zum Spalt S_1 geschieht in der Weise, daß zunächst der Schlitten Sl herausgezogen und die Platte nach Augenmaß gegen die Ränder des Rahmens justiert wird. Dann wird Sl in die Führung eingeschoben, bis die Platte möglichst dicht vor dem Spalt steht. Der Tisch wird nun so gehoben, daß irgendeine scharfe Spektrallinie oder ein steiler Schwärzungsabfall vor dem Spalt steht. Damit diese Linie genau parallel zum Spalt ausgerichtet werden kann, sind auf die Gehäusewand rechts und links neben den Spalt zwei Stücke weißes Papier geklebt, auf die in Höhe des Spaltes und parallel zu ihm zwei feine Doppellinien gezeichnet sind. Die Platte P wird in ihrer Ebene so gedreht, daß die Spektrallinie parallel zu diesen Doppellinien verläuft, bzw. symmetrisch zwischen ihnen liegt. Die Drehung der Platte wird durch folgende Anordnung ermöglicht: Die Tischplatte T_1 ist mit der unteren Platte T_2 durch ein Scharnier B verbunden; sie, und mit ihr die photographische Platte, kann mittels der Schraube St um dieses Scharnier in der gewünschten Weise geneigt werden.

Die Lichtquellen, die zur Verwendung kommen, müssen sehr hell sein, da die Spalte bei ihrer Kleinheit nur sehr wenig Licht durchlassen. Außerdem müssen sie möglichst geringe Dimensionen haben, da sonst der Abstand $S_2 L_2$ nicht genau angebbar ist. Es wurden daher zwei Nernstlampen Type GA auf Stativ montiert, wie sie die AEG. in Berlin liefert, verwendet. Sie geben bei 220 Volt je ca. 1200 Normalkerzen. Die Leuchtstäbe, die ursprünglich gekreuzt hintereinander standen, wurden vertikal und parallel nebeneinander in einer Ebene angeordnet, so daß der seitliche Zwischenraum zwischen zwei Stäben etwa 7 mm betrug. Durch das von dem weißen Brennerstein, der sich etwa 5 mm hinter den Stäben befindet, reflektierte Licht wird ein kleiner Fehler verursacht. Versuche, den Brennerstein zu schwärzen, schlugen fehl, da kein Farbstoff so hohe Temperaturen aushält; indessen dürfte es vielleicht möglich sein, statt der Brennersteine aus Porzellan solche aus Schiefer zu verwenden. Einstweilen wurde davon abgesehen, da der durch die Reflexion verursachte Fehler nur sehr klein ist.

Die Lichtquelle L_2 braucht an sich nicht so hell zu sein wie L_1, da die Breite des Spaltes S_2 in ziemlich hohem Grade größer sein kann,

als die von S_1, indessen wurden doch zwei gleiche Lampen verwendet, um weniger von den Schwankungen des Stadtstromnetzes abhängig zu sein, gegen die die Nernstlampen sehr empfindlich sind. Die Abhängigkeit der Einstellung von der Stromstärke wurde geprüft, indem der durch die beiden parallel geschalteten Lampen gehende Strom von maximal 5,5 Amp. bis auf 3 Amp. geschwächt wurde; die Einstellung änderte sich dabei um nur etwa 10 Proz., was wohl durch kleine Konstruktionsverschiedenheiten der beiden Lampen bedingt ist.

Die Leistungsfähigkeit der Methode möge durch einige Messungsresultate illustriert werden.

Fig. 3 stellt die Schwärzung einer photographischen Platte als Funktion der Belichtungszeit mit einer bestimmten konstanten Lichtquelle dar, die man z. B. kennen muß, um Platten für die Aufnahme sehr lichtschwacher Erscheinungen vorzubelichten[1]). Die Genauigkeit der Kurve ist nur gering, da die Belichtungszeiten nur roh gemessen wurden. Falls es sich um derartige Messungen handelt, bei denen ein Fehler von einigen Prozenten nicht schadet, kann man übrigens die Anordnung wesentlich vereinfachen, z. B. Spalte benutzen, die aus Stanniol direkt auf Mattglas geklebt sind, sowie ganz einfache Photometerbänke.

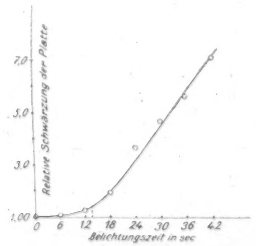


Fig. 3.

Fig. 4 zeigt das magnetische Spektrum der von einem Radium-Fluorid-Präparat ausgesandten Strahlung. Es ist nach einer von v. Baeyer und Hahn[2]) beschriebenen Methode aufgenommen. Das steile Maximum, das von den α- und γ-Strahlen gebildet wird, zeigt das Zehnfache der = 1 gesetzten Schwärzung; als Einheit wurde hier, wie überall, die Verschleierung unbelichteter Plattenteile gewählt. Die Figur zeigt, daß die beschriebene Methode besonders geeignet ist, große, auf derselben Platte vorkommende Schwärzungsunterschiede zu messen. Die größte, in dieser Beziehung bisher gemessene Differenz ergab das Verhältnis 1 : 16. dies liegt jedoch stark an der Grenze des Erreichbaren.

Fig. 5 stellt die Intensitätsverteilung in der Kalziumlinie 4227 Å.-E. mit Selbstumkehr dar. Sie war mit dem großen Rowlandschen Konkavgitter des Instituts von Herrn cand. phil. Lorenz aufgenommen worden, der so freundlich war, mir die Platte zur Verfügung zu stellen.

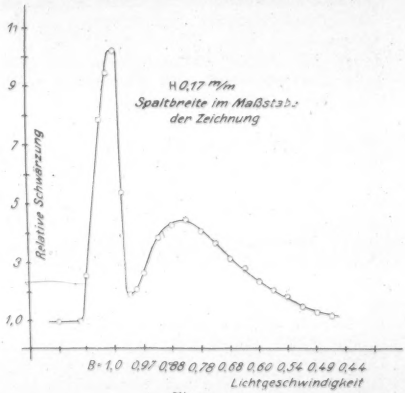


Fig. 4.

Schließlich möge noch Fig. 6 zeigen, wie kleine Schwärzungsunterschiede meßbar sind. Diese Kurve dürfte die Grenze der Leistungsfähigkeit nach dieser Richtung darstellen. Es handelte sich darum, den Abstand der Schwärzungsmaxima zweier verwaschener, etwa 1 mm breiter, paralleler Linien zu messen. Die Messung des Abstandes der beiden Maxima stimmte mit einer anderen, allerdings etwas weniger genauen Meßreihe auf 0,012 mm überein.

Ein Punkt fällt ganz auffällig aus dem Kurvenzug heraus; es haben sich derartige Abweichungen vereinzelt auch bei anderen Meßreihen gezeigt. Die Ursache ist nicht festgestellt, sie ist vielleicht in einer vorübergehenden Schwäche des Auges zu suchen, oder in einer vorübergehenden Störung einer der beiden Lichtquellen.

Die Punkte der Fig. 6 sind je das Mittel aus 10 Einzeleinstellungen; es gehörte also die nicht unbeträchtliche Zahl von 220 Einstel-

1) Vgl. R. W. Wood, diese Zeitschr. **9**, 355, 1908.
2) Vgl. v. Baeyer und Hahn, diese Zeitschr. **11**, 488, 1910.

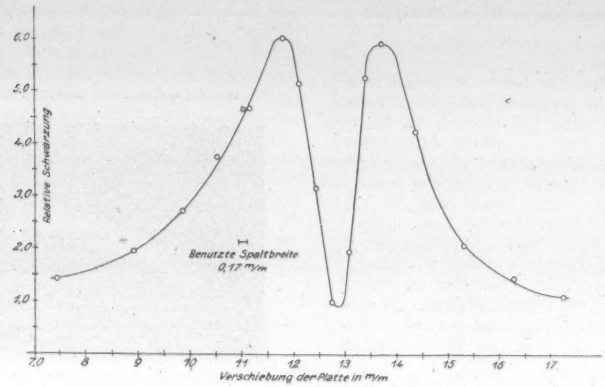


Fig. 5. Calciumlinie 4227 Å.-E. mit Selbstumkehr.

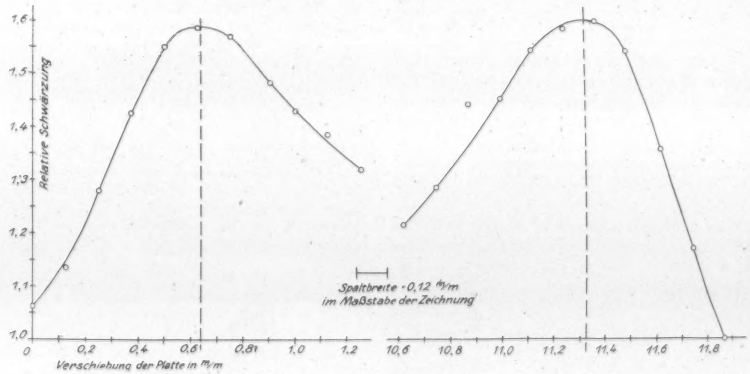


Fig. 6.

lungen zur Erzielung dieser Kurve, indessen erlangt man schon nach kurzer Zeit eine so große Übung, daß die Einstellungen sehr rasch gehen; zum Ausmessen der Kurve Fig. 6 wurden etwa $2^1/_2$ Stunde benötigt. Bei den anderen abgebildeten Figuren stellt jeder Punkt das Mittel aus 4 Ablesungen dar.

Die kleinste Spaltbreite, die wegen der geringen Helligkeit noch brauchbare Resultate lieferte, war 0,08—0,1 mm. Sehr feine Spektralgebilde kann man also nicht auf diese Weise ausmessen; man müßte dann etwa, ähnlich wie es Koch bei der zitierten Anordnung tut, das Bild der photographischen Platte P vergrößert auf dem Spalt S_1 entwerfen.

Alle Teile der Anordnung sind so eingerichtet, daß sie mit ein paar einfachen Handgriffen an den Photometerkopf angesetzt werden können, so daß das Photometer in wenigen Minuten sowohl für seinen gewöhnlichen Zweck, wie zum Ausmessen von Plattenschwärzungen gebrauchsfertig gemacht werden kann.

Der Apparat wurde vom Mechaniker des Instituts, Herrn Saß, ausgeführt.

Herrn Geheimrat O. Lummer, sowie Herrn Professor Cl. Schaefer, die mir bei der Durchführung der Arbeit das weitgehendste Entgegenkommen zeigten, möchte ich an dieser Stelle meinen aufrichtigen Dank aussprechen.

Breslau, Physikal. Institut der Universität, den 26. Februar 1913.

(Eingegangen 27. Februar 1913.)

Erzeugung harter Röntgenstrahlen.

Von Friedrich Dessauer.

Für gewisse Zwecke der Röntgentechnik ist es von großer Bedeutung, sehr harte Röntgenstrahlen möglichst ausschließlich zu erzeugen. Dabei ist die Tatsache störend, daß beim Aufleuchten der Röntgenröhre stets ein Gemisch von Strahlen entsteht, in welchem selbst bei harten Röntgenröhren immer sehr viel weiche Strahlung enthalten ist. Die Bezeichnung der Röhre als „weich" oder „hart" bestimmt stets nur einen Mittelwert, während tatsächlich die Strahlung bei jedem Aufleuchten der Röntgenröhre ein ziemlich erhebliches Gebiet der ganzen Strahlenskala enthält. Ein solches Gemisch entsteht jedesmal, wenn die Röhre aufleuchtet, das heißt bei jedem Induktionsstoß, der durch die Röhre hindurchgeht. Es fragt sich nun, ob die Bildung der verschiedenen harten Strahlen beim Durchgang eines einzigen Stromstoßes gleichzeitig oder der Hauptsache nach hintereinander vor sich gehen.

Es ist schon früher gezeigt worden (diese Zeitschr. **13**, 1101—1105, 1912), daß die Entladung des Induktoriums kaskadenförmig verläuft. Fig. 1 stellt diesen Vorgang nach einer

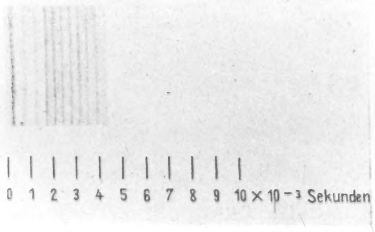


Fig. 1.

photographischen Aufnahme dar, die auf folgende Weise zustande gekommen ist. Die X-Strahlung der aufleuchtenden Röhre fiel durch den ein Millimeter breiten Spalt einer Bleifolie und gelangte von da auf eine rasch rotierende Scheibe, die einen photographischen Film trug. Dabei ließ sich einmal die Leuchtdauer der Röhre bzw. die Dauer der Strahlenemission auf $4 \cdot 10^{-3}$ Sekunden bestimmen und zeigen, daß die Emission der X-Strahlung in einzelnen Schichten vor sich geht. Es fragt sich nun, sind in jeder dieser Schichten Strahlungsgemische enthalten oder enthält jede Schicht für sich hauptsächlich eine gewisse Strahlung von einer Härte, die von dem Charakter der anderen Schichten sich unterscheidet? Um diese Frage zu beantworten, wurde folgende Versuchsanordnung getroffen. Fig. 2 zeigt einen staffelförmig aufgebauten Aluminiumkörper, der so in den Schlitz der Blei-

Fig. 2.

wand eingesetzt wurde, daß die Strahlung die verschieden dicken Staffeln beim Durchgang passieren mußte. Die weiche Strahlung dringt nur durch die dünnen Aluminiumstaffeln, die harte Strahlung sowohl durch die dicken Staffeln wie durch die dünneren. Die auf diese Weise gewonnenen Aufnahmen, welche auf rotierende photographische Platten (statt des früher verwendeten Films wegen der höheren Empfindlichkeit) gemacht wurden, zeigen, daß im Anfang des Aufleuchtens der Röntgenröhre sehr harte Strahlung vorhanden ist, und daß die Strahlung um so weicher wird, je mehr sich die Emission ihrem Ende nähert (Fig. 3). Der letzte

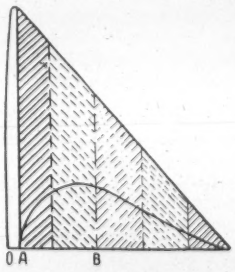


Fig. 3.

Teil der Emission enthält nur noch ganz weiche Strahlen. Demnach ist anzunehmen, daß die starke Komplexität der Strahlung durch ein Gemisch gebildet wird, dessen einzelne Mischungsbestandteile im wesentlichen nacheinander entstehen, zuerst die harte, die mittlere, und endlich die weiche Strahlung. Dieser Vorgang ist

auch wahrscheinlich, wenn man sich überlegt, daß im Augenblicke der Unterbrechung des Primärstroms die Röntgenröhre im sekundären Kreise noch nicht ionisiert ist und infolgedessen einen überaus hohen Widerstand bietet, so daß sich die Sekundärspule des Funkeninduktors verhält wie die Sekundärspule eines Transformators, dessen Sekundärkreis offen ist. Es bilden sich vermöge der Selbstinduktion und Kapazität Hochfrequenzschwingungen an den Enden der Sekundärspule aus, die man bei jedem Arbeiten im Induktorium und harten Röntgenröhren leicht beobachten kann. Diese Hochfrequenzschwingungen von sehr erheblichen Spannungen überwinden den Widerstand der Röhre. Der Strom tritt ein und zwar zunächst bei sehr hoher Spannung; da aber der Strom die Röhre weiter ionisiert, sinkt die Spannung rasch ab, während die Stromstärke anfangs steigt und schließlich abnimmt. Nach dieser Überlegung muß also ein Spannungsvorstoß vorangehen und dann bei sinkender Spannung die Stromstärke nachfolgen. Schematisch ist dies in der nächsten Figur dargestellt.

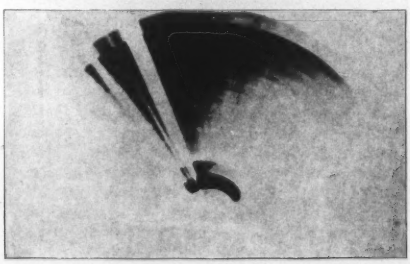


Fig. 4.

Hierbei sind, allerdings in grob schematischer Weise, die nacheinander entstehenden und den verschiedenen Spannungen, welche an den Röhrenelektroden liegen, entsprechenden Härtegrade der Strahlung durch verschiedene Schraffierung der Kurvenzonen angedeutet.

Die praktische Verwertung dieser Überlegung wurde durch eine Maschine ausgeführt, welche die Röntgenröhre beim Betrieb mit hochgespannten Entladungen eines Wechselstromtransformators nur ganz kurze Zeit im Beginne der Induktion einschaltete, dann durch eine von einem Synchronmotor angetriebene Nadel den Strom sofort wieder ausschaltete bzw. auf einen Hochspannungswiderstand überschaltete. Es war dann die Röntgenröhre nur eingeschaltet in dem Kurventeil etwa von $A - B$. Infolgedessen bildete sich überwiegend nur die harte Strahlung der Röntgenröhre. Mit derartigen Apparaten, die nach den Angaben des Verfassers von den Veifa-Werken in Frankfurt a. M. gebaut wurden, sind bei der therapeutischen Anwendung der Röntgenstrahlen speziell zur Behandlung von tiefliegenden Geschwüren, die eine penetrante Strahlung erfordern, und ganz besonders in der Gynäkologie bei der Behandlung der Myome, Erfolge erzielt worden.

Frankfurt a. M. (früher Aschaffenburg).

(Eingegangen 12. Februar 1913.)

Die Entwicklung der modernen Sendemethoden in der drahtlosen Telegraphie [1].

Von Br. Glatzel.

(Mit Tafel IX.)

Der Vortrag gab eine zusammenfassende Übersicht der physikalischen Grundlagen der Hochfrequenztechnik an der Hand zahlreicher Experimente. Da er aber zum größten Teil im Prinzip bereits bekannte Erscheinungen behandelte, so kann an dieser Stelle auf seine ausführliche Wiedergabe verzichtet werden. Sein Inhalt soll jedoch kurz mitgeteilt werden mit Rücksicht darauf, daß hierdurch das Verständnis der sich anschließenden Diskussion erleichtert wird:

Die Gesichtspunkte, welche bei der Konstruktion der modernen Hochfrequenzgeneratoren maßgebend gewesen sind, kann man am besten übersehen und besonders auch experimentell gut erläutern, wenn man von den Erscheinungen ausgeht, welche sich in einem aus Kapazität und Selbstinduktion gebildeten Schwingungskreise bei niedrigen Periodenzahlen (50 $\sim$) abspielen. Man kann dann in sehr einfacher Weise den Fall der Strom- und Spannungsresonanz, sowie den dämpfenden Einfluß der verschiedenen Verlustwiderstände, welche in dem Schwingungskreise liegen, vorführen. Insbesondere eignet sich hierzu ein Apparat, dessen eingehende Beschreibung später gegeben werden soll, der es gestattet, den zeitlichen Verlauf einer gedämpften Schwingung durch Aufnahme der Amplitudenkurve unter Verwendung eines normalen Hitzdrahtinstrumentes darzustellen. Der Apparat ist eine Art Kontaktmacher, durch welchen das Hitzdrahtinstrument in dauernder Wiederholung stets in einem bestimmten Augenblick des Schwingungsvorgangs eingeschaltet wird, wobei dann gleichzeitig noch dieser Einschaltmoment langsam über die gesamte Schwingung hinweg verschoben werden kann, so daß man auf diese Weise die größere oder kleinere Dämpfung von Schwingungen sehr schön zu

1) Vortrag, gehalten auf der 84. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, Münster 1912.

zeigen vermag. Auf Grund dieser Versuche wurden dann die verschiedenen Arten von Löschfunkenstrecken, deren Prinzip von M. Wien angegeben worden sind, besprochen und endlich eine Schellersche Entladestrecke in Verbindung mit einem Stoßkreis, der mit Gleichstrom gespeist wurde und nach dem Prinzip der Reinschen aperiodischen Stoßerregung[1]) arbeitete, vorgeführt. Gleichzeitig wurde hierbei auch die ebenfalls von Rein ausgearbeitete Methode der Tonerzeugung, wie sie von der C. Lorenz-A.-G. bei ihren Vieltonstationen[2]) verwendet wird, gezeigt. Die Methode der aperiodischen Stoßerregung unter Benutzung von Gleichstrom ist deswegen besonders interessant, weil sie wohl als einzige die Erreichung sehr hoher Funkenzahlen in regelmäßiger Aufeinanderfolge (bis zu 100000 pro Sekunde) gestattet, wie ich gemeinsam mit C. Cranz in einer früheren Arbeit in anderem Zusammenhange nachgewiesen habe[3]). Übergehend zu den ungedämpften Schwingungen, wie sie eine Poulsenlampe erzeugt, wurde dann experimentell nachgewiesen, daß es ohne Änderung in den Konstanten der Kreise lediglich durch geeignete Wahl der Energieentziehung und Energiezufuhr möglich ist, die kontinuierlichen Schwingungen in diskontinuierliche zu verwandeln, welche bei richtiger Wahl der Verhältnisse infolge großer Regelmäßigkeit der Unterbrechungen einen vollkommen reinen Ton geben, ein Versuch, der gleichzeitig in einfacher Weise zeigt, daß sich eine strenge Grenze zwischen „Lichtbogen" und „Funken" gar nicht ziehen läßt. Die in Fig. 1[4]) wiedergegebenen Bilder einer rotierenden Heliumröhre, welche mit dem Primärkreis induktiv gekoppelt war, lassen diese Erscheinung deutlich hervortreten. Nachdem dann noch kurz das Prinzip der Goldschmidtschen Hochfrequenzmaschine erläutert war, wurde die Frage der statischen Periodentransformatoren, welche neuerdings in der Hochfrequenztechnik Anwendung gefunden haben, behandelt. Man muß bei diesen im wesentlichen zwei voneinander verschiedene Anordnungen unterscheiden. Die eine Methode, welche im Prinzip von Epstein[5]) herrührt und dann von Joly[6]) und Vallauri[7]) in die Hochfrequenztechnik eingeführt wurde, benutzt einen dem Primärwechselstrom übergelagerten Gleichstrom, welcher das Eisen stark sättigt, so daß der induktive Widerstand der Primärwicklung des Transformators für die eine dem Gleichstrom gleichgerichtete Halbperiode des Wechselstroms ein kleinerer, für die andere ein größerer wird. Die Folge hiervon ist ein unsymmetrisches Wechselfeld, welches in der Sekundärwicklung eine einseitig verzerrte E.M.K.-Kurve Es_1 induziert. Kombiniert man zwei entgegengesetzt unsymmetrische Spannungskurven Es_1 und Es_2, welche von zwei getrennten Transformatoren (vgl. Fig. 2)

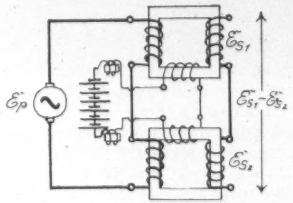


Fig. 2.

geliefert werden, miteinander, so ergibt sich für die Differenzspannung $Es_1 - Es_2$ eine Kurve von der doppelten Periode der Grundschwingung. Die in einer derartigen Schaltung mit einer Braunschen Röhre aufgenommenen Kurven der Fig. 3*a* und 3*b* zeigen dies deutlich. Das zweite Verfahren, welches ebenfalls eine Verdopplung ergibt, rührt von Goldschmidt[1]) her und benutzt eine Quermagnetisierung des Eisens, ist jedoch in seinen Einzelheiten noch keineswegs vollkommen geklärt. Das Prinzip der Methode konnte mit einem hierfür konstruierten Demonstrationsapparat, von dem Fig. 4 eine schematische Ansicht mit der Schaltung wiedergibt, gezeigt werden. Die Verdopplung der Periodenzahl wurde dabei mit Hilfe von Telephonen nachgewiesen, von denen das eine

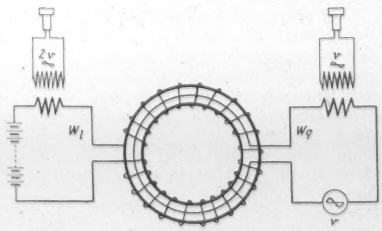


Fig. 4.

1) Goldschmidt, Elektrotechn. Zeitschr. 1910, S. 218.

1) H. Rein, diese Zeitschr. **11**, 591, 1910.

2) E. Nesper, Jahrb. d. drahtlosen Telegraphie u. Telephonie 4, 241, 1911; Helios Exp.-ZS. 1911, Nr. 21 u. 22. Vgl. a. W. Burstyn, diese Zeitschr. **11**, 1130, 1910.

3) C. Cranz und Br. Glatzel, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 525, 1912.

4) Die Figuren 1 u. 3*a* u. 3*b* befinden sich auf Tafel IX.

5) D. R. P. 149761/1012 (Lahmeyer).

6) Joly, Franz. P. 418909, 22. XII. 1910; C. R. **152**, 699, 1911.

7) Vallauri, Elektrotechn. Zeitschr. 1911, S. 988; Electrician **68**, 582, 1912. Vgl. a. Zenneck, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie, Verlag Ferd. Enke, 1913, S. 456.

unter Zwischenschaltung eines Transformators mit der Primärwicklung, das andere in gleicher Weise mit der Sekundärwicklung bzw. der Quermagnetisierungswicklung in Verbindung stand. Sobald man den Gleichstrom in der Primärwicklung einschaltete, ergab das sekundäre Telephon eine Verdopplung des Tones. Dieser statische Periodentransformator war in Ringform ausgeführt, wobei der die Quermagnetisierungswicklung W_q umgebende Eisenkörper durch mehrlagiges Umwickeln von W_q mit Eisenblech von 0,05 mm Dicke hergestellt war. Die äußere Ansicht des Apparats zeigt Fig. 5. Außer

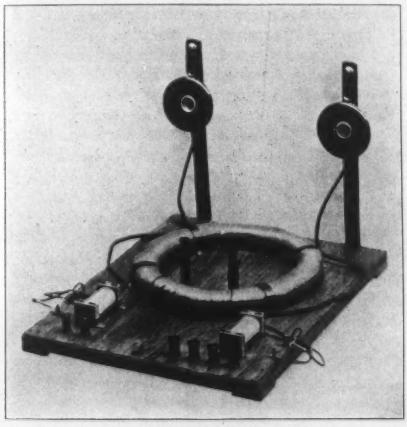


Fig. 5.

zu Demonstrationszwecken ist der Apparat aber auch geeignet, als Hochfrequenzgenerator für Meßzwecke zu dienen. Man kann sich nämlich, ausgehend von 50-periodischem Wechselstrom, unter Benutzung geeigneter Resonanzkreise, die an die Wicklungen angeschlossen werden, beliebige Vielfache der Grundperiode herstellen, da das Transformationsverfahren ähnlich wie bei der Goldschmidtschen Hochfrequenzmaschine[1]) mehrfach in sich angewendet werden kann und bei p Transformationen einen Wechselstrom von ν^p Perioden ergibt. Gegenüber der Maschine hat dieses Verfahren zur Erreichung höherer Periodenzahlen einen erheblichen Vorteil insofern, als die Maschine bei p Transformationen nur eine Periodenzahl $p \cdot \nu$ ergibt. Ob sich auch größere Energiemengen mit genügend günstigem Wirkungsgrade umformen lassen, können nur praktische Versuche in größerem Maßstabe entscheiden. Für Meßzwecke besitzt der Apparat aber schon in seiner jetzigen einfachen Form viele Vorzüge.

1) Goldschmidt, Jahrb. d. drahtlosen Telegraphie u. Telephonie **4**, 341, 1911; Elektrotechn. Zeitschr. 1911, S. 54.

Diskussion.

Ebert: Ich hätte gern noch etwas nähere Auskunft über diesen letzten Versuch, der uns wohl alle interessiert, speziell über diesen Ring, den Sie da haben.

Vortragender: Es ist ein ringförmiges Eisenrohr, welches mit zwei Wickelungen versehen ist. Die Kraftlinien der im Innern des Rohres liegenden Wicklung ergeben eine Quermagnetisierung, während die äußere Wicklung eine Längsmagnetisierung erzeugt. In die Zuleitung zu den beiden Wicklungen habe ich je einen Transformator eingeschaltet, damit die Telephone lediglich auf den Wechselstrom der Grundperiode und der Oktave ansprechen, ohne von dem übergelagerten Gleichstrom beeinflußt zu werden.

Ebert: Gerade diese letzte Anordnung scheint mir für Demonstrationen sehr geeignet, um die Frequenztransformation zu erläutern. Haben Sie dieselbe schon veröffentlicht?

Vortragender: Nein; das Prinzip ist seinerzeit in einer Arbeit[1]) über Herabsetzung der Eisenverluste durch Quermagnetisierung von Goldschmidt angegeben und beschrieben.

Ebert: Aber in dieser kompendiösen Ausführung war mir der Apparat noch nicht bekannt. Zur Demonstration ist er augenscheinlich sehr geeignet.

Barkhausen: Die Frequenzverdoppelung, die Graf Arco uns vorführte, war doch durch eine Gleichstromüberlagerung, eine Sättigung des Eisens in Richtung längs des Ringes hervorgerufen, und hier ist es etwas anderes, eine Quermagnetisierung?

Vortragender: Graf Arco wendet meines Wissens das Verfahren von Joly[2]) und Vallauri[3]) an, welche in passender Weise die Wicklungen zweier Transformatoren miteinander kombinieren und dann die hineingeschickten Wechselströme durch Überlagerung von Gleichstrom unsymmetrisch machen, so daß man bei ihrer Gegeneinanderschaltung eine Verdopplung bzw. Verdreifachung der Periodenzahl erhält. Die Sättigung des Eisens muß dabei besonders in dem letzten Falle ziemlich hoch gewählt werden. Für Niederfrequenz ist dieses Verfahren übrigens schon seit langer Zeit z. B. für Telephonsummer benutzt worden. Die Anwendung auf Hochfrequenz stammt dagegen von Joly und Vallauri.

1) Vgl. ob. 2) Vgl. ob. 3) Vgl. ob.

Charlottenburg, K. Techn. Hochschule.

Dielektrika und unipolare Induktion. (Dielectrics and Unipolar Induction).

Von E. H. Kennard.

In meiner Entgegnung auf die Kritik meines Versuchs über unipolare Induktion seitens des Herrn Barnett habe ich dargetan[1]), daß die Ladung auf einem in einem gleichförmigen Magnetfelde kreisenden Zylinderkondensator von der Dielektrizitätskonstante unabhängig ist. Dieses Ergebnis läßt sich folgendermaßen verallgemeinern, so daß es unmittelbar auf meinen eigenen Versuch anwendbar wird:

Wenn ein starres System, das sich aus Leitern und einem von einer leitenden Fläche umgebenen homogenen Dielektrikum zusammensetzt, um eine magnetische Symmetrieachse, kreist (oder von „bewegten Kraftlinien" geschnitten wird, die mithin kreisen), so ist jede etwa entstehende Verteilung der Elektrisierung von der Dielektrizitätskonstanten unabhängig.

Unter diesen Bedingungen ist nämlich, wenn $\mathfrak{E}'$ die gesamte elektromotorische Intensität ist,

$$\operatorname{curl} \mathfrak{E}' = 0,$$

und das Linienintegral von $\mathfrak{E}'$ über irgendeine geschlossene Bahn $ABCDA$ ist null. In den Leitern ist aber

$$\mathfrak{E}' = 0,$$

mithin ist das Integral von $\mathfrak{E}'$ längs der in dem Dielektrikum liegenden Bahn ABC gleich null.

Wenn nun (nach Hertz)

$$4\pi\mathfrak{D} = \varkappa\mathfrak{E} = \varkappa\mathfrak{E}'$$

ist, so folgt, daß

$$\operatorname{curl} \mathfrak{D} = 0,$$

in den Leitern

$$\mathfrak{D} = 0$$

und längs ABC das Integral von $\mathfrak{D}$ null ist, während in dem Dielektrikum

$$\operatorname{div} \mathfrak{D} = 0$$

ist. Mithin verschwindet $\mathfrak{D}$ überall, und es besteht innerhalb des Systems keine Elektrisierung.

Wenn andererseits (nach Lorentz)

$$4\pi\mathfrak{D} = \mathfrak{E} + (\varkappa - 1)\mathfrak{E}'$$

ist, wo

$$\mathfrak{E}' = \mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{v}\,\mathfrak{B}]$$

ist, so folgt daraus, daß das Integral von $4\pi\mathfrak{D}$ längs ABC gleich dem Integral von $\mathfrak{E}$, d. h. gleich der Potentialdifferenz ψ zwischen A und C ist. Da aber längs CDA

$$\mathfrak{E}' = 0$$

ist, so ist ψ gleich der induzierten EMK in CDA. Wie oben, ist

$$\operatorname{curl} \mathfrak{D} = 0$$

und in dem Dielektrikum

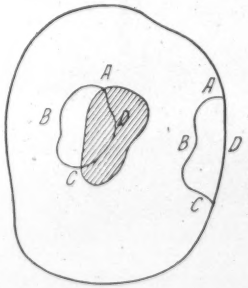
$$\operatorname{div} \mathfrak{D} = 0,$$

während in den Leitern

$$4\pi\mathfrak{D} = \mathfrak{E} = -\frac{1}{c}[\mathfrak{v}\,\mathfrak{B}]$$

ist. Mithin ist $\mathfrak{D}$ an allen Punkten innerhalb des Systems vollkommen bestimmt als Funktion der induzierten EMK oder der induzierten Intensität in den Leitern allein, und die Elektrisierung auf den Leitern ist von der Dielektrizitätskonstante unabhängig. Das bedeutet, daß die induzierte Intensität in dem Dielektrikum einfach die durch die elektrostatisch wirkenden Ladungen auf den Leitern hervorgerufene Polarisation aufhebt.

Es liegt auf der Hand, daß nur der zweite dieser beiden Ausdrücke für $\mathfrak{D}$ mit der Theorie der bewegten Linien vereinbar ist, weil nach dieser sowohl als nach der Lorentzschen die induzierte Intensität häufig der Laplaceschen



Gleichung selbst dort nicht genügt, wo keine Elektrisierung vorliegt. Beispielsweise ist in unmagnetischem Material diese Intensität nach jeder der beiden Theorien $\frac{1}{c}[\mathfrak{v}\,\mathfrak{H}]$, wo $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit relativ zu den Kraftlinien und

$$\operatorname{div}[\mathfrak{v}\,\mathfrak{H}] = (\mathfrak{H}\operatorname{curl}\mathfrak{v}) - (\mathfrak{v}\operatorname{curl}\mathfrak{H})$$

ist, eine Größe, die für gewöhnlich nicht verschwinden wird.

Bei meinem Versuch[1]) kreiste ein Magnet innerhalb eines geschlossenen zylindrischen Leiters, und ich suchte nach einer von elektromagnetischer Induktion herrührenden Ladung auf einem umgebenden Zylinder. Aus dem negativen Ergebnis schloß ich, daß die Theorie der bewegten Linien nicht gültig ist. Herrn Barnetts Haupteinwand ging dahin, daß ich die Wirkung des Dielektrikums vernachlässigt

1) Diese Zeitschr. 13, 1155, 1912.

1) Phil. Mag., Juni 1912, S. 937.

hätte; der soeben bewiesene Satz zeigt aber, daß das negative Ergebnis zum mindesten nicht von dem Dielektrikum herrührte.

Cornell University, 20. Dezember 1912.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 7. Januar 1913.)

Unipolare Induktion und Relativbewegung. (Unipolar induction and relative motion.)

Von S. J. Barnett.

Im 17. Heft des vorigen Jahrgangs dieser Zeitschrift (1. September 1912, S. 803) und ausführlicher im Novemberheft 1912 der Physical Review habe ich einige Versuche beschrieben und diskutiert, die, mit bekannten Versuchen von Faraday und anderen Forschern zusammengenommen, beweisen, daß ein kurzgeschlossener Zylinderkondensator, der symmetrisch in einem gleichförmigen Magnetfeld angeordnet ist — welches seinerseits durch eine eisenfreie rotierende koaxiale elektrische Spule oder durch ein Paar gemeinsam rotierender koaxialer Elektromagnete erzeugt wird — (Fall II), daß ein solcher Kondensator nicht mehr als einen winzigen Bruchteil (innerhalb der Versuchsfehler Null, nämlich etwa 1 v. H.) von der Ladung empfängt, die er bei derselben relativen Bewegung erhalten würde, wenn der Kondensator rotieren würde, während die Spule oder die Magnete feststehen blieben (Fall I). In denselben Veröffentlichungen habe ich kurz, und notgedrungen absprechend, auf eine verwandte Arbeit von Herrn E. H. Kennard verwiesen, die im Juniheft 1912 des Philosophical Magazine erschienen ist. Im 24. Heft des 13. Jahrgangs dieser Zeitschrift (1. Dezember 1912, S. 1155) hat Herr Kennard auf meine Kritik seiner Behandlung der Theorie der bewegten Linie geantwortet und einige kritische Bemerkungen zu meiner Arbeit gemacht. Für den, der mit dem Gegenstand vertraut ist, liegen die Irrtümer des Herrn Kennard auf der Hand; dennoch wird ihre Betrachtung vielleicht dazu dienen, einen Gegenstand von hoher Wichtigkeit klarer zu machen.

Herrn Kennards theoretische Schwierigkeit in betreff der Frage, was auf Grund der Hypothese der „bewegten Linie" geschehen würde, entsteht aus der unrichtigen Annahme, daß „diese Theorie vollkommene Relativität gewährleistet, das heißt, daß die Erscheinungen nur von der relativen Translation oder Rotation der in Frage kommenden materiellen Körper abhängen", einer Annahme, die er in seiner ersten Arbeit macht und in der zweiten wiederholt. Aus diesem Grunde übersieht er auch, daß überall in dem Dielektrikum — Äther und Materie —, in bezug auf das als Ganzes[1]) sich nach seiner Hypothese die Linien bewegen, die elektrische Intensität

$$E' = E + [v\,B]$$

ist, genau wie es der Fall sein würde, wenn der Magnet feststehen würde und das ganze Dielektrikum in derselben relativen Bewegung begriffen wäre. Aus diesem Grunde ist die elektrische Verschiebung überall in dem ganzen Dielektrikum[2]) proportional E' und die elektrische Dichte proportional der Divergenz von E', was, wie Herr Kennard sagt, nicht richtig sei. Diese Gedanken sind nicht neu. Die richtige Theorie ist längst von Poincaré und von Abraham[3]) entwickelt worden. Diese Forscher haben gezeigt, daß die Verschiebung in dem Dielektrikum von irgendwelcher Hypothese über die Bewegung der Induktionslinien unabhängig ist, und daß sie sowohl nach der Lorentzschen wie nach der Hertzschen Theorie — von denen keine irgendwelche Annahme über den Bewegungszustand der Linien macht, wie Herr Kennard zu glauben scheint —, dieselbe ist. Es ist nicht verwunderlich, daß weder Herrn Kennards Versuche, noch meine „vermögen ... zwischen Hertz und Lorentz zu entscheiden"! Andere Versuche haben bekanntlich längst gegen die Theorie von Hertz entschieden.

Mit der Beschreibung eines dieser Versuche wollen wir unsere Betrachtungen über Herrn Kennards Bemerkung zur Relativbewegung beginnen. Bei den Versuchen von Blondlot[4]) wurde ein Luftstrom mit großer Geschwindigkeit zwischen zwei parallelen Metallplatten hindurchgeschickt, die in einem starken Magnetfeld befestigt waren, und zwar war die Bewegung der Luft senkrecht zu den Induktionslinien und parallel zu den Metallplatten, die ihrerseits parallel zu den Induktionslinien waren. Wenn die Geschwindigkeit der Luft ein Maximum war, wurden die Platten für einen Augenblick durch

1) Einerlei, ob man die Theorie von Lorentz oder die von Hertz annimmt.

2) Dies gilt natürlich nicht innerhalb des Magnets, zwischen dem und dem Äther Relativbewegung besteht; aber dieses Gebiet geht uns nichts an.

3) Poincaré, Éclair. Électr. **23**, 41, 1900. M. Abraham, Theorie der Elektrizität, 1, 418, 1907. — Einwände gegen diese Behandlungen von der Art der in Fußnote 4 auf Seite 326 der Arbeit in Physical Review erwähnten sind, mit einer Ausnahme, nicht von fundamentalem Charakter. Diese Ausnahme beruht auf der Unfähigkeit, die Wirkung einer etwaigen Mitführung des Äthers durch den Magnet zu betrachten; man kann aber leicht zeigen, daß die Wirkung einer solchen Mitführung nach beiden Hypothesen über den Bewegungszustand der Induktionslinien dieselbe sein würde.

4) Journ. d. Phys., Jan. 1902.

einen Draht verbunden; dann wurde eine von ihnen fortgenommen und auf Ladung untersucht. Es wurde keine Ladung entdeckt, ein Ergebnis, das mit der Theorie von Lorentz in Einklang steht[1]). Der Äther blieb stehen, und die Bewegungsintensität $[v\,B]$ wirkte nur auf die Luft, deren Dielektrizitätskonstante nur ein winziger Bruchteil von jener der Luft und des Äthers zusammen ist. Wenn daher in meinem Fall I der Kondensator im Magnetfelde kreist, so macht es nichts aus, ob er die Luft mit sich nimmt, oder nicht. Der Äther, der wesentliche Teil des Dielektrikums, bewegt sich nicht, und der einzige wichtige Teil der Bewegungsintensität wirkt daher auf den Draht und lädt den Kondensator wesentlich so, wie er es im Vakuum tun würde. Somit ist es Herrn Kennards Schlußfolgerung in seinem dritten Abschnitt, nicht meine Schlußfolgerung, die „in sich zusammenfällt".

In bezug auf diesen Fall I sagt Herr Kennard weiter, ich hätte keinen experimentellen Beweis dafür geliefert, daß der Kondensator geladen werden würde. Das war jedoch nicht nötig, da Faraday und Blondlot es für mich getan hatten. Daß der Luftkondensator im Fall I eine Ladung gleich dem Produkt aus seiner Kapazität und der elektromotorischen Kraft der Bewegung in dem Drahte empfangen würde, geht aus Faradays Versuchen über die in einer im Felde einer feststehenden Spule oder eines feststehenden Magnets rotierenden Scheibe entwickelte EMK, sowie aus den oben beschriebenen Versuchen von Blondlot hervor. Der die Belegungen verbindende Draht nimmt die Stelle der Scheibe ein, und der Kondensator, dessen Dielektrikum zum wesentlichen Teil der ruhende Äther ist, wird durch die EMK der Bewegung in dem Drahte geladen.

Wenn der Kondensator ein Dielektrikum enthält, dessen Dielektrizitätskonstante größer ist als Eins und dessen materieller Teil an der Bewegung teilnimmt, so wird er selbst dann geladen, wenn kein Kurzschlußdraht vorhanden ist; das haben Versuche von H. A. Wilson an Ebonit und Versuche von mir an Ebonit, Schwefel und Harz gezeigt[2]).

1) Versuche, die im Prinzip wesentlich dieselben sind wie die Blondlotschen, sind von H. A. Wilson (Trans. Roy. Soc. 1904) mit Ebonit als bewegtem Dielektrikum an Stelle der Luft und von mir (Phys. Rev. 1908) mit Ebonit, Schwefel und zwei Harzarten als Dielektriken angestellt worden. Diese Versuche zeigen, daß die Ladungen, die der — wie bei Blondlots Versuchen kurzgeschlossene — Kondensator annehmen würde, proportional $(\varkappa - 1)$ sind, das heißt proportional der Dielektrizitätskonstante des materiellen Teils des Dielektrikums. Diese Versuche bestätigen somit die von Blondlot, bei denen $(\varkappa - 1)$ null war.

2) H. A. Wilson, Trans. Roy. Soc. 1904. — Barnett, Phys. Rev. 1908.

Wenn außerdem ein Kurzschlußdraht vorhanden ist, der an der Bewegung teilnimmt, ist die Ladung dieselbe, als wenn das Dielektrikum freier Äther ist. Wenn somit ψ die EMK der Bewegung ist, $\varkappa - 1$ die Dielektrizitätskonstante des materiellen Teiles des Dielektrikums allein, C die Kapazität des Kondensators und C' die Kapazität ist, die er mit Äther allein als Dielektrikum haben würde, so ist die auf einer Belegung entwickelte Ladung, wenn sich nur die Leiter bewegen,

$$q' = C\psi = C'(\varkappa - 1)\psi.$$

Wenn die Leiter stehen bleiben, und nur das materielle Dielektrikum allein kreist, so ist die auf derselben Belegung entwickelte Ladung

$$q'' = -C'(\varkappa - 1)\psi.$$

Wenn beide zusammen rotieren, ist die Ladung

$$q = q' - q'' = C'\psi.$$

Mithin liegt, soweit die Empfindlichkeit in Frage kommt, kein Vorteil darin, bei den Versuchen über Relativbewegung andere als Luftkondensatoren zu benutzen. Ich habe daher auch aus diesem Grunde Luftkondensatoren benutzt, sowie auch deshalb, weil sie in experimenteller Hinsicht bedeutende Vorteile bieten. Dieses Ergebnis habe ich vor langer Zeit entwickelt, und ich hielt es für zu offenkundig, als daß es veröffentlicht zu werden brauchte. Herr Kennard hat beträchtlichen Raum darauf verwandt, dasselbe Ergebnis zu erlangen, das indessen, wie er fälschlich meint, die Ladung im Falle II ergeben soll. Herr Kennard sagt, meine Untersuchung sei „einen Schritt weiter gegangen" als seine eigene. In Wirklichkeit hat meine Untersuchung genaue und bündige Ergebnisse in betreff des angegriffenen Problems gegeben, während, wie ich in jeder meiner früheren Veröffentlichungen gezeigt habe, aus Herrn Kennards Versuchen keine Schlüsse gezogen werden könnten, selbst wenn seine Behandlung der Theorie der bewegten Linie richtig wäre. Herr Kennard hat in seiner neuen Veröffentlichung nicht einmal versucht, auf diese Kritik zu antworten. Meine eigene Untersuchung hat anscheinend endgültig bewiesen, daß vollständige Relativität bei der elektromagnetischen Induktion nicht besteht, und stützt somit die Theorie von Lorentz und nicht die von Einstein. Sie berührt aber nicht die Schlußfolgerungen aus dem Relativitätsprinzip, es sei denn insofern, als sie mit der Theorie von Lorentz unvereinbar sind.

The Ohio State University, 28. Dezember 1912.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 12. Januar 1913.)

Näherungslösungen von Problemen der Elastizitätstheorie.

Bemerkungen zu dem gleichlautenden Artikel von H. Lorenz.

Von Th. v. Kármán.

Herr H. Lorenz hat unter dem obigen Titel in Nr. 2 dieser Zeitschrift **14**, 71, 1913 die Anwendung der Ritzschen Methode zur angenäherten Lösung von Problemen aus der Elastizitätstheorie auseinandergesetzt und dabei auch eine von mir in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, November 1912, veröffentlichte kleine Rechnung als Beispiel der über das Wesen des Verfahrens herrschenden Unklarheit angeführt. Ich muß gestehen, daß ich mir schon früher eingebildet habe, die Minimalprinzipe der Elastizitätslehre und auch das Wesen des Ritzschen Verfahrens verstanden zu haben und nachdem ich jetzt — allerdings mit beträchtlich größerem Geistesaufwand — auch die Lorenzschen Ausführungen verstanden habe, möchte ich doch versuchen, den Sachverhalt möglichst kurz darzulegen.

Herr Lorenz geht — wenn ich recht verstanden habe — von folgendem Minimalprinzip aus:

Unter allen Deformationszuständen, für welche die Arbeit der inneren Kräfte (Formänderungsarbeit) L_i gleich ist der Arbeit der äußeren Kräfte L_a, ist der beim elastischen Gleichgewicht eintretende Deformationszustand dadurch ausgezeichnet, daß ihm der kleinste Wert der Formänderungsarbeit zukommt. I.

Aus diesem Prinzip wird folgender Satz abgeleitet:

Die Differenz der inneren und der doppelten äußeren Arbeit hat im Falle des elastischen Gleichgewichts einen ausgezeichneten Wert. II.

Ich behaupte nun,

1. daß der Satz II, den — nach Herrn Lorenz — „Ritz für einen speziellen Fall durch Variationsbetrachtungen gewonnen hat" und der nun als „Folgerung der Castiglianoschen Sätze" erscheinen soll — identisch ist mit dem Prinzip vom Minimum der potentiellen Energie, angewendet auf den Fall eines elastischen Systems, das dem Hookeschen Gesetz gehorcht;

2. daß aus II rückwärts tatsächlich ein ähnlicher Satz wie das Prinzip I folgt, wobei allerdings bei stabilem Gleichgewicht „der kleinste Wert der Formänderungsarbeit" durch „den größten Wert" zu ersetzen ist.

Um die erste Behauptung zu beweisen, braucht man sich nur zu überlegen, was Herr Lorenz unter den beiden Begriffen: Arbeit der inneren Kräfte L_i und Arbeit der äußeren Kräfte L_a versteht. Der erste Begriff ist klar: die Arbeit der inneren Kräfte bedeutet die elastische Energie des deformierten Systems als Funktion der Deformationsgrößen. Weniger klar ist es, was die Arbeit der äußeren Kräfte bedeuten soll; wie es aber aus dem durchgerechneten Beispiel erhellt, versteht Herr Lorenz darunter die Summe, die aus den halben Produkten der äußeren Kräfte und der Verschiebungen ihrer Angriffspunkte gebildet wird, d. h. die Arbeit, die die äußeren Kräfte — immer unter der Voraussetzung des Hookeschen Gesetzes — leisten, falls sie von Null bis zu ihren gegebenen Werten allmählich anwachsen. Bezeichnen wir also die gegebenen äußeren Kräfte mit $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2 \cdots \mathfrak{P}_n$, und die Verschiebungen ihrer Angriffspunkte nacheinander mit $\mathfrak{s}_1$, $\mathfrak{s}_2 \cdots \mathfrak{s}_n$, so ist die Arbeit der äußeren Kräfte nach der Lorenzschen Definition

$$L_a = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} \mathfrak{P}_k \mathfrak{s}_k .$$

Betrachten wir nun den elastischen Körper und die fest gegebenen äußeren Kräfte $\mathfrak{P}_k$ als abgeschlossenes System, dem sonst keine Arbeit zugeführt wird, und vergleichen wir die potentielle Energie des Systems vor und nach der Deformation, so haben wir offenbar erstens als Zunahme die elastische Energie L_i, zweitens als Abnahme die Arbeit, die die fest gegebenen Kräfte $\mathfrak{P}_k$ bei der Verschiebung $\mathfrak{s}_k$ leisten, in Rechnung zu setzen. Die Gesamtänderung der potentiellen Energie ist daher gleich

$$V - V_0 = L_i - \sum_{1}^{n} \mathfrak{P}_k \mathfrak{s}_k = L_i - 2 L_a .$$

Daß bei der Änderung der potentiellen Energie das Produkt Kraft $\times$ Verschiebung und nicht die Hälfte dieses Produkts in Rechnung zu setzen ist, sieht man am einfachsten ein, wenn man als äußere Kräfte Gewichte annimmt. Die Änderung der potentiellen Energie eines Gewichts ist offenbar Gewicht $\times$ Durchsenkung. Unser Minimalprinzip ist ja ein Spezialfall des Prinzips der virtuellen Verrückungen, und da handelt es sich nicht um die Arbeit, die die äußeren Kräfte in der Tat leisten, falls die Belastung allmählich gesteigert wird, sondern um die Arbeit, die die fest gegebenen Kräfte bei einer gedachten, virtuellen Verschiebung leisten würden.

Der Lorenzsche Satz vom ausgezeichneten Werte der Differenz $(L_i - 2 L_a)$ ist also nichts anderes, als der Satz vom ausgezeichneten Wert

der potentiellen Energie, und wir können auch hinzufügen, daß im Falle des stabilen Gleichgewichts dieser ausgezeichnete Wert ein Minimum wird.

Aus dieser Erkenntnis folgt aber, daß in dem Lorenzschen Prinzip (I) das Minimum durch ein Maximum ersetzt werden muß. Herr Lorenz betrachtet nämlich nur solche Deformationszustände, für die die innere Arbeit L_i gleich der Arbeit der äußeren Kräfte L_a ist. Mit anderen Worten beschränkt er die Konkurrenz der zum Vergleich zugelassenen Zustände auf jene, die den Energiesatz befriedigen. Für diese beschränkte Konkurrenz wird aber wegen $L_i = L_a$

$$V - V_0 = L_i - 2L_a = -L_i = -L_a,$$

d. h. unter allen denjenigen Deformationszuständen, für die die Formänderungsenergie gleich ist dem halben Produkt aus Kraft und Verschiebung (bzw. der Summe dieser Größen), hat der beim elastischen Gleichgewicht tatsächlich eintretende Zustand die größte Formänderungsenergie, da L_i oder L_a offenbar zum Maximum wird, wenn $-L_i$ oder $-L_a$ ein Minimum besitzt. Das Minimum der Formänderungsarbeit wird vielmehr in dem undeformierten Zustand eintreten, da L_i nie negativ werden kann und der undeformierte Zustand zum Vergleich zugelassen werden muß, da — falls alle Verschiebungen gleich Null sind — die Bedingung $L_i = L_a$ naturgemäß erfüllt ist.

Man sieht, daß diese Dinge weder mit der Ritzschen Methode noch mit dem Castiglianoschen Satze etwas zu tun haben. Das Prinzip vom Minimum der potentiellen Energie ist offenbar viel allgemeiner als der Castiglianosche Satz und kann unmöglich als eine Folge des letzteren betrachtet werden. Leider ist der Castiglianosche Satz in der technischen Literatur zu einer Art allgemeiner Zauberformel geworden, und es wird meistens nicht gesagt, unter welchen Umständen er angewendet werden darf. Variationsprinzipe können aber nur dann einen Sinn haben, wenn man genau weiß, welche Zustände zum Vergleich zugelassen werden. So bestimmt auch der Castiglianosche Satz vom Minimum der Formänderungsarbeit das elastische Gleichgewicht nur bei ganz bestimmter Art der Variation des Spannungszustands[1]). Würde dies stets beachtet werden, so wäre kein Grund da, über Mangel an Klarheit bei Anwendung der Minimalprinzipe Klage zu führen.

1) In klarer, durchsichtiger Weise ist das Verhältnis des Castiglianoschen Satzes zum Prinzip der virtuellen Verrückungen in Föppls „Vorlesungen über technische Mechanik", Bd. V, dargestellt.

Göttingen, 10. Februar 1913.

(Eingegangen 14. Februar 1913.)

Erwiderung.

Von H. Lorenz.

In den vorstehenden Bemerkungen des Herrn v. Kármán finde ich keinen Widerspruch gegen meine Ausführungen, wenn man von der für die Anwendung irrelevanten Vorzeichenfrage des Maximums oder Minimums absieht. Insbesondere habe ich nichts gegen die Auffassung des Satzes vom Extremum der Differenz $L_i - 2L_a$ als eines anderen Ausdrucks für das Minimum der potentiellen Energie eines elastischen Systems einzuwenden, glaube aber, daß damit praktisch wenig anzufangen ist.

Es bleibt also nur noch die sachlich unwesentliche Frage offen, ob der erwähnte Extremalsatz in seiner Allgemeinheit nach Ansicht des Herrn v. Kármán mir, oder nach meiner Meinung dem verstorbenen W. Ritz zuzuschreiben ist, der ihn jedenfalls im Sonderfalle der elastischen Platte benutzt hat.

Danzig-Langfuhr, 26. Februar 1913.

(Eingegangen 27. Februar 1913.)

BESPRECHUNGEN.

Danmarks-Expeditionen Til Gronland Nordostkyst 1906—1908. Band II, Nr. 4. Alfred Wegner, Meteorologische Terminbeobachtungen am Danmarks-Havn. Mit zahlreichen Figuren und 18 Tafeln. 224 S. Kobenhavn, Bianco Lunos Bogtrykeri. 1911.

Die Beobachtungen sind von August 1906 bis Juli 1908 auf der Station Danmarks-Havn angestellt, auf 46° 46′ nördl. Breite, 1h 15min westl. Länge von Greenwich an der Nordostküste Grönlands, etwa 700 km von Spitzbergen und 1000 km von der grönländischen Westküste entfernt. Die Instrumente ließen sich gut aufstellen und sind daher wenig lokal beeinflußt. Die Ergebnisse sind vorwiegend von meteorologischem Interesse und seien deswegen hier nur gestreift: 1. mittlerer Luftdruck an den Terminen 8a., 2p. und 9p. 760 mm, Maximum im Mai; 2. mittlere Temperatur — 12°, Max. 17°, Min. — 41°, Jahresamplitude 32°; im Winter finden sehr interessante schnelle und starke Temperaturschwan-

kungen statt; 3. mittlere Windrichtung NW, die Stürme sind oft ohne Zusammenhang mit den Depressionen; 4. mittlere Bewölkung 4,9. Der Cumulus fehlt ganz, dagegen sind a—cu, ci—cu häufig, außerdem die „Föhnwolke", eine Hinderniswogenwolke; 5. Niederschlag, der wegen der Schneewehen zum großen Teile geschätzt werden mußte: 146 mm an 107 Tagen, zu 90 Proz. in Form von Schnee. Die Schneedichte ist sehr wechselnd, sie schwankt von 0,3—5. Mittlere Schneehöhe 63 cm.

Dem Werke ist eine Reihe interessanter Kurven sowie viele Photographien von Wolken, Rauhreif, Nordlichtern und vor allem von Luftspiegelungen beigegeben. Außer den Einzelbeobachtungen enthält die Arbeit ein ausführliches Wetterjournal. K. Kähler.

Méchain und Delambre, Grundlagen des dezimalen metrischen Systems und Borda und Cassini, Versuche über die Länge des Sekundenpendels in Paris. (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Nr. 181.) 8°. 200 S. mit 2 Tafeln. In Auswahl übersetzt und herausgegeben von Dr. Walter Block. Leipzig, Wilh. Engelmann. 1911. Gebunden M. 4.25

Es ist sicher keine leichte Aufgabe gewesen, aus den umfangreichen Originalarbeiten der bei der Gradmessung und Meterbestimmung tätigen Kommissionen diejenigen Teile herauszuschälen, welche zur Aufnahme in die Klassikerbibliothek geeignet waren, d. h. dem heutigen Leser die wesentlichen Streitfragen und ihre geschichtliche Behandlung, befreit von den unwichtigen, zur Kenntnis bringen.

Die Bedeutung der Arbeiten für die Meßkunst und die von ihr abhängigen Wissenszweige liegt ja klar vor Augen, und der Neuabdruck wäre allein durch sie schon begründet. Daneben selbständig ist es aber auch von Wert, die alte Art des Denkens und Arbeitens zu jenen Zeiten wieder vorgeführt zu bekommen. Dieser Klassiker kann daher, wie so mancher anderer Band der Bibliothek, Material zu einem Werke abgeben, das uns unter den historischen Büchern noch fehlt, das nicht sowohl die geschichtliche Entwicklung des physikalischen und benachbarten Gebieten angehörenden Wissens schildert, als vielmehr die Entwicklung der Forschungsmethoden, die Vervollkommnung der Denkweise.

Nippoldt.

E. Anding, Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum, II. Abschnitt: Hilfsmittel und vorbereitende Untersuchungen zur Stellarastronomie. 167 S. 4°. Leipzig. In Kommission bei B. G. Teubner. 1910. M. 10.—

Das größte Problem der Astronomie nicht nur im extensiven, sondern auch im intensiven Sinne ist das der Konstitution und des Bewegungszustandes des Fixsternsystems, von dem unsere Sonne ein Glied ist; das bedarf keiner Begründung. Daß andererseits große prinzipielle Schwierigkeiten allen stellarastronomischen Erkenntnissen entgegenstehen, ist zur Genüge bekannt. Schon die Ortsbestimmung am Himmel, geometrisch eine so einfache Sache, verquickt sich eng mit einer ganzen Reihe von stellarastronomischen Fragen, die bei der Definition der Koordinatensysteme auftauchen; man wird also selbst dann schließlich zu Untersuchungen über die Bewegungsverhältnisse im Fixsternsystem gezwungen, wenn man sich ursprünglich nur das Ziel gesteckt hatte, die Mechanik des Sonnensystems zu studieren.

Ein I. Abschnitt der „Kritische Untersuchungen", den Herr Anding bereits im Jahre 1901 hat erscheinen lassen, hatte sich in sehr strenger formaler Kritik mit den logischen Grundlagen der älteren Bestimmungen des Apex der Sonnenbewegung beschäftigt und war zu einem im ganzen ablehnenden Ergebnis gelangt. Während also hier die Kritik im wesentlichen niederriß, bewährt sie sich in dem jetzt zur Besprechung vorliegenden II. Abschnitt in einem vorwiegend aufbauenden Sinne. Der Verfasser stellt in ausgezeichneter Weise klar, wie man die heute vorliegenden überwiegend statistischen Erfahrungstatsachen durch logische Zwischenglieder hypothetischen Charakters, die ebenfalls der Kollektivmaßlehre zu entnehmen sind, zu verknüpfen hat, um wenigstens zu einem typischen Bilde des Universums zu gelangen. Man darf die vorliegende Arbeit unbedenklich als einen kritischen Spiegel für alle stellarastronomischen Arbeiten charakterisieren, der dadurch ganz gewiß nicht überflüssig wird, daß die neueren großen Arbeiten in dieser Richtung von v. Seeliger, Schwarzschild, Eddington seiner nicht bedürfen.

Die Einleitung des zur Besprechung stehenden II. Abschnittes der „Kritische Untersuchungen" formuliert das Problem: Wir kennen für die Fixsterne die zwei sphärischen Koordinaten; die sphärischen Eigenbewegungen zu erhalten, ist nur eine Frage der Zeit; bereits heute kennen wir eine große Zahl. Die dritte Geschwindigkeitskoordinate, im Visionsradius, läßt sich nach absoluter Größe und Richtung auf spektroskopischem Wege prinzipiell ebenfalls bestimmen. Mit der 3. Raumkoordinate, der Entfernung, besäßen wir den Schlüssel zum Universum. Hier versagt leider zurzeit die Beobachtungstechnik noch fast gänzlich; man muß so auf eine Detailkenntnis des Fixternsystems Verzicht leisten. Wenn man sich aber mit einem typischen Bilde begnügt, so läßt sich das in der Tat prinzipiell erlangen, wenn man die Häufigkeitsfunktionen der angulären Eigenbewegungen, der absoluten Geschwindigkeiten — diese aus ihren spektroskopisch bestimmten Komponenten im Visionsradius — und das Gesetz der Verteilung der Sterne auf die verschiedenen Größenklassen der Erfahrung entnimmt. Die Unvollkommenheit unserer Kenntnisse rührt also lediglich daher, daß jene Erfahrungen noch sehr lückenhaft sind. Die Voraussetzung bei allen diesen Überlegungen ist allerdings, daß das Universum im Sinne der angewandten Kollektivmaßbegriffe homogen ist, was kaum vollkommen erfüllt sein dürfte.

Im I. Kapitel gibt Herr Anding die Zusammenhänge zwischen den Grundbegriffen der Stellarastronomie und eine sehr konsequente Definition der Einheiten, die sich hoffentlich einbürgern wird. Das II. Kapitel bespricht W. Struves „Etudes d'astronomie stellaire", worauf wir hier nicht einzugehen brauchen. Kapitel III handelt von der interstellaren Extinktion. Der formale Ansatz geschieht in der üblichen naturgemäßen Weise; als Extinktionsmodul dient die Entfernung r_0, in welcher die Intensität einer ebenen Welle auf den Betrag $1/e$ herabgesetzt ist. Wenn man dann vorläufig auf die Festlegung der Entfernungseinheit verzichtet, so kann man alle durch die Extinktion hervorgerufenen Erscheinungen als Funktion von

r/r_0 darstellen, wo r die tatsächliche Entfernung des Sternes ist. Herr Anding illustriert die zahlenmäßigen Zusammenhänge durch eine lehrreiche Tabelle. Kapitel IV heißt: Entfernung und Größenklasse. Für ein einzelnes Sternindividuum stehen diese beiden Begriffe in einer sehr einfachen Beziehung, die allerdings nur ausgewertet werden kann, wenn das spezifisch individuelle Datum der absoluten Leuchtkraft gegeben ist. Der hiernach aussichtsvoll erscheinende Weg, aus der Verteilung der Sterne auf die verschiedenen Größenklassen die räumliche Verteilung der Sterne zu bestimmen, scheitert zunächst daran, daß das Verteilungsgesetz der absoluten Leuchtkräfte unbekannt ist; man kann höchstens aus der Gesamtheit der möglichen Leuchtkraftgesetze eine Mannigfaltigkeit solcher aussondern, die unter allen Umständen mit der Erfahrung in Widerspruch stehen. Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der Gruppierung der Sterne nach der Größe der Eigenbewegung. Hier kann es sich der Verfasser als Verdienst buchen, eine Erscheinung sehr hübsch klargelegt zu haben, die bisher vielfach falsch gedeutet worden ist. Wenn man nämlich die Sterne nach der Größe ihrer Eigenbewegung in Gruppen teilt, und aus den einzelnen Gruppen den Winkelwert der Sonnenbewegung bestimmt, so zeigt sich, daß derselbe viel schneller ansteigt, als proportional der Eigenbewegung der verwandten Gruppe. Man ist versucht, daraus den Schluß zu ziehen, daß die entfernteren Sterne im Durchschnitt größere absolute Translationsbewegungen aufweisen, als die näheren. Daß dieser Schluß falsch ist, weist der Verfasser in Kapitel V—VII durch folgende Überlegungen nach: Man denke sich, daß sich alle Sterne in ein- und demselben Entfernungsintervall von der Sonne befinden. An allen Stellen dieser Kugelschale herrsche nun ein vom Orte unabhängiges „vernünftiges" Verteilungsgesetz der absoluten Geschwindigkeiten. Trägt man jetzt die scheinbaren Eigenbewegungen, so wie sie sich von der bewegten Sonne aus darstellen, in jedem Punkte der Sphäre auf, so werden dieselben eine von der Lage der Stelle zum Sonnenapex abhängige Unsymmetrie in der Verteilung zeigen. Umgekehrt besteht die Aufgabe der Bestimmung des Sonnenapex eben darin, aus dieser Unsymmetrie in der Verteilung Winkelwert und Richtung der Sonnenbewegung zu bestimmen. Mathematisch kommt das Problem darauf hinaus, für jeden Punkt der Sphäre Distanz und Positionswinkel des Schwerpunktes der Endpunkte der Eigenbewegungsvektoren zu bestimmen. Der Verfasser untersucht 3 Verteilungsgesetze der absoluten Geschwindigkeiten: Die Endpunkte der Geschwindigkeitsvektoren erfüllen eine Kugel 1. mit konstanter, 2. mit vom Zentrum nach dem Rande gleichmäßig abnehmender Dichte, 3. sie folgen dem Maxwellschen Verteilungsgesetz. Für alle diese Fälle ergibt sich: Bestimmt man diesen Schwerpunkt nicht aus der Gesamtheit der Sterne, sondern aus einzelnen Gruppen bestimmter Eigenbewegung, so ergibt sich zwar der Positionswinkel stets gleich, die Distanz hängt aber von der Größe der Eigenbewegung der Gruppe ab. Man erhält also auf die Weise verschiedene Werte für die Angulartranslation der Sonne, obwohl in Wahrheit die Sterne alle die gleiche Entfernung von der Sonne haben. Da diese Abhängigkeit von der Größe der Eigenbewegung qualitativ einen ähnlichen Verlauf zeigt, wie es die Erfahrung tatsächlich gelehrt hat, so sind die oben angedeuteten Schlußfolgerungen sicher nicht stichhaltig.

Kapitel VIII führt den Verfasser zu einem Resultat, das so klar und nett vorher noch nicht ausgesprochen sein dürfte. Er zeigt, daß man unter sehr allgemeinen Voraussetzungen über die mathematische Form der Gesetze über die räumliche Dichtigkeit und die Geschwindigkeitsverteilung aus der Erfahrung über die Häufigkeit der Sterne der verschiedenen Helligkeiten und Eigenbewegungen das Verteilungsgesetz der absoluten Leuchtkräfte ableiten kann. In Kapitel IX folgen auf die numerische Bestimmung der Konstanten des Leuchtkraftgesetzes Schlüsse über das Verteilungsgesetz der Radien und damit zusammenhängende Fragen. Wenn auch der etwaige heuristische Wert solcher auf rein spekulativer Grundlage beruhender Rechnungen nicht in Abrede gestellt werden soll, so haben wir doch keine Veranlassung, hier näher darauf einzugehen.

Das letzte Kapitel ist vom rein kritischen Standpunkte aus vielleicht das schönste. Der Verfasser legt mit größter Klarheit die logischen Schwächen der Formeln dar, die bisher für die durchschnittlichen Parallaxen der Sterne bestimmter Helligkeit und Eigenbewegung abgeleitet worden sind. Es wird hier wohl zum ersten Male auf der strengen Grundlage der Kollektivmaßlehre verständlich gemacht, warum eine große Eigenbewegung eine viel größere Chance für eine meßbare Parallaxe bietet, wie große Helligkeit.

Man wird von der in Aussicht gestellten Fortsetzung der „Kritische Untersuchungen" noch viel Aufklärung erwarten dürfen. A. v. Brunn.

J. Domke und E. Reimerdes, Handbuch der Aräometrie nebst einer Darstellung der gebräuchlichsten Methoden zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten sowie einer Sammlung aräometrischer Hilfstafeln. Zum Gebrauche für Glasinstrumentenfabrikanten, Chemiker und Industrielle. gr. 8. XII u. 235 Seiten mit 22 Abbildungen im Text und einem besonders paginierten Anhange von 115 Seiten mit 70 Tabellen. Berlin, Julius Springer, 1912. Geheft. M. 12,—, geb. M. 13,20

Das vorliegende Werk, das in erster Linie zum Gebrauche für Glasinstrumenten-Fabrikanten, Chemiker und Industrielle bestimmt ist, verdankt seine Entstehung einer vor einigen Jahren vom Verein Deutscher Glasinstrumenten-Fabrikanten an die Kaiserliche Normal-Eichungs-Kommission gerichteten Bitte um Veröffentlichung eines Buches, in dem die Erfahrungen der genannten maßgebenden Behörde auf aräometrischem Gebiete sowie das z. T. noch nicht veröffentlichte Beobachtungs- und Tabellenmaterial einem weiteren Kreise von Interessenten zugänglich gemacht würde. Diese Bitte hatte die Normal-Eichungs-Kommission als Behörde nicht erfüllen zu können geglaubt, wohl aber haben sie zwei ihrer Mitglieder, Domke und Reimerdes, mit Zustimmung der Normal-Eichungs-Kommission und unter Benutzung des amtlichen Materials erfüllt. Das „Handbuch der Aräometrie" ist also von besonders sachkundiger Seite verfaßt und verdient schon aus diesem Grunde allgemeinere Beachtung.

„Es werden," so sagen die Verfasser im Vorworte, „nach einer oberflächlichen Schätzung in Deutschland (jährlich?) gegen 100000 Aräometer aller Arten

angefertigt und verkauft, von denen die meisten nur zu ganz rohen Bestimmungen geeignet sind. Derartige Instrumente entbehren im allgemeinen einer wissenschaftlichen Definition; sie werden häufig nach veralteten und ungenauen Mustern hergestellt, so daß aus verschiedenen Werkstätten stammende Aräometer derselben Art bei einer Vergleichung oft recht verschiedene Angaben liefern. Dieser Übelstand ist geeignet, den Wert aräometrischer Dichtebestimmungen in den Augen der Chemiker und Industriellen herabzusetzen; infolgedessen beschränken diese die Verwendung des Aräometers vorwiegend auf Messungen, bei welchen nur ein geringer Grad von Genauigkeit verlangt wird, während sie in anderen Fällen die pyknometrische Methode vorzuziehen pflegen. Die geringe Wertschätzung des Aräometers ist jedoch durchaus nicht gerechtfertigt. Wie man zu einer Dichtebestimmung mit dem Pyknometer nur eine gute Wage und richtige Gewichte zu benutzen pflegt, so sollte man auch nur sorgfältig berichtigte Aräometer verwenden, deren Angaben für die Zwecke der Praxis vollauf genügen dürften. Das ist um so mehr der Fall, als die Genauigkeit der pyknometrischen Messungen häufig nur eine eingebildete ist. Das Aräometer läßt sich unter Benutzung der von der Wissenschaft und Technik gebotenen Methoden und Hilfsmittel durchaus zu einem Präzisionsmeßgerät von gleicher Vollkommenheit ausbilden wie das Thermometer..... In diesem Sinne zu wirken, ist der Hauptzweck der Schrift."

Im ersten Abschnitt des Buches werden die physikalischen Grundlagen der Aräometrie (die Methoden der Dichtebestimmung, und die Theorie des Skalenaräometers) besprochen. Der zweite fast hundert Seiten einnehmende Hauptabschnitt behandelt die Herstellung und Justierung des Skalenaräometers, die Gestalt und Gliederung des Instruments, seine rechnerische und praktische Konstruktion und seine Prüfung. Im dritten Abschnitt folgt die Beschreibung einiger besonderer wichtiger Arten von Aräometern, und im vierten Abschnitte endlich wird das amtliche Prüfungswesen in Deutschland und im Auslande geschildert. Den umfangreichen Anhang bildet eine Fülle von wertvollen Tafeln, in denen eine Unzahl von Daten über spezifische Gewichte und Volumina verschiedener Flüssigkeiten, Umrechnungs- und Reduktionstabellen aller Art enthalten sind.

Eine Empfehlung des Werkes dürfte sich erübrigen. Werner Mecklenburg.

Clausthal i. H.

Kants gesammelte Schriften, herausgegeben von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, Bd. XIV; oder dritte Abteilung: handschriftlicher Nachlaß. 1. Band, enthaltend Reflexionen zur Geometrie, Physik und Chemie, physischen Geographie. gr. 8. LXII u. 637 S. mit 66 Figuren. Berlin, Georg Reimer. 1911. M. 19.—

Den Physiker wird dieses umfangreiche Buch eigenartig anmuten, zuerst schon rein äußerlich, noch mehr aber bei tieferem Einblick. Denn der bei weitem größte Teil des Bandes, nämlich die Seiten 65 bis 537, enthalten zwar Kants Aphorismen, und das in Sätzen von meist nur wenigen Zeilen und (weil chronologisch geordnet, insoweit das zu ermitteln war), bunt durcheinander die verschiedensten Fragen betreffend; aber von diesen 473 Seiten kommen auf den Kantschen Text selbst nur etwa 60, d. h. ungefähr der achte Teil; alles übrige sind die Fußnoten des Herausgebers, Herrn Adickes, in denen er auf Grund langjähriger Arbeit und in einer wahrhaft bewunderungswürdigen Weise alles zusammenträgt, was zum Verständnis der an sich meist rätselhaften oder doch mehrdeutigen Notizen Kants dienen kann: Hinweise auf eigene Druckschriften Kants (diese aber nicht eben häufig), Erläuterung des in damaliger Zeit (1764 bis 1790) oder speziell durch Kants Gewohnheit mit den Worten verknüpften Sinnes, hauptsächlich aber Hinweise auf ältere und zeitgenössische Gelehrte, aus denen Kant geschöpft zu haben scheint, oder durch deren Schriften, aus denen vielfach lange Auszüge gegeben werden, Kants Notizen erst leidlich verständlich werden. Es darf nicht verschwiegen werden, daß der Herausgeber bei dieser überaus zeitraubenden und heiklen Arbeit sich der Hilfe eines sachverständigen Physikers, des Herrn Gans, erfreut hat.

Da so ziemlich alle Gebiete der Physik berührt werden, ist es unmöglich, hier den Inhalt anzugeben; es genüge, auf einige oft wiederkehrende Themen hinzuweisen: Mechanik, Theorie der Materie, Wärme, Magnetismus.

Von einem Genius von der Größe Kants ist es, auch über die bloße Pflicht der Pietät hinaus, selbstverständlich, daß eine beinahe offizielle Gesamtausgabe alles enthalte, was es von ihm an Äußerungen des Geistes gibt. Andererseits freilich darf man im Zweifel darüber sein, ob die von dem Herausgeber aufgewandte ungeheure Arbeit, der er nach eigenem Geständnis lockendere, selbständige Pläne geopfert hat, von entsprechendem Nutzen sein werde. Denn das muß man sagen: für die Physik als solche sind die Notizen Kants ohne jede Bedeutung, und auch die Historiker der Physik, deren es ja nicht allzu viele gibt, werden nichts Wesentliches daraus schöpfen können, da Kant eben doch nicht in der Bewegung drin stand. Nützlicher vielleicht werden manchen Physikern die Anmerkungen des Herausgebers sein, zumal die Schriften, aus denen sie ausgedehnte Mitteilungen machen, meist schwer oder gar nicht zugänglich sind; und darunter finden sich Stellen, die man mit Vergnügen, zum Teil auch mit Erstaunen über die weit ausgreifenden und ausschauenden Vorstellungen der damaligen Zeit (kurz vor dem großen Um- und Aufschwung der Physik) lesen wird. Felix Auerbach.

Robert Mayer, Die Mechanik der Wärme. Zwei Abhandlungen. gr. 8. 90 S. Herausgegeben von A. von Oettingen. (Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 180). Leipzig, Wilhelm Engelmann. 1911. Gebunden M. 2.—

Es ist mit Freuden zu begrüßen, daß die historisch so überaus wichtigen Arbeiten Robert Mayers: „Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur" und „Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel" durch ihr Erscheinen in Ostwalds Klassikern nun für jeden leicht zu erhalten sind. v. Oettingen hat einige kurze, für das Verständnis dieser Arbeiten wertvolle Anmerkungen hinzugefügt. Riesenfeld.

Berichtigung.

In den Arbeiten von K. Fajans (diese Zeitschr. **14**, 131 u. 136, 1913) sollte es heißen S. 135, Zeile 29 von unten (2. Spalte) statt „unzulässig", „zulässig", und S. 140, 2. Zeile von oben (1. Spalte) statt „mit höherem Atomgewicht", „mit niedrigem Atomgewicht".

Tagesereignisse.

Wie bereits in Nr. 2 dieser Zeitschrift bekannt gegeben, veranstaltet die Kommission der Wolfskehlstiftung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen in der Woche vom 21.—26. April dieses Jahres in Göttingen einen Zyklus von Vorträgen aus dem Gebiet der kinetischen Theorie der Materie. Zur Feststellung der Teilnehmerzahl ist eine Anmeldung an die Adresse: Dr. Hecke, Göttingen, Nikolausbergerweg 48 erwünscht; Wohnungsnachweis bei dem Hausverwalter im Auditorienhaus.

Das kurze Programm ist bereits früher (diese Zeitschrift 14, 88, 1913) bekanntgegeben.

Um die im Anschluß an die Vorträge stattfindenden Diskussionen möglichst fruchtbar zu gestalten und die Teilnahme daran zu erleichtern, folgen hier kurzgefaßte Berichte über die in den Vorträgen zur Erörterung gelangenden Fragen.

Montag, 21. April:

M. Planck, Die gegenwärtige Bedeutung der Quantenhypothese für die kinetische Gastheorie.

I. Erläuterung und Begrenzung des Themas.

Daß die Quantenhypothese auch für die Wechselwirkungen ponderabler Moleküle Bedeutung besitzt, ist zu schließen aus der Tatsache, daß die spezifische Wärme kondensierter Körper mit abnehmender Temperatur unbegrenzt abnimmt, in Verbindung mit der anderen Tatsache, daß die Kompressibilität kondensierter Körper bei abnehmender Temperatur einen endlichen Wert behält. Eine besonders scharfe Prüfung für die Zulässigkeit der Quantenhypothese wird in dem Gebiet anzustellen sein, auf welchem die klassische Molekulartheorie ihre größten Erfolge erzielt hat: dem der kinetischen Gastheorie, und zwar speziell der Theorie idealer einatomiger Gase. Für die Entropie eines solchen Gases liefert die Quantenhypothese den Ausdruck

$$S = kN\left\{\frac{5}{2}\ln T - \ln p + \ln\left[(2\pi m)^{3/2}\frac{k^{5/2}}{\varepsilon g}\right]\right\} \qquad (1)$$

wobei g das „Elementargebiet der Wahrscheinlichkeit" vorstellt, während in der klassischen Theorie das letzte additive Glied unbestimmt bleibt. Die Größe dieser Konstanten besitzt keine physikalische Bedeutung, solange das Gas im idealen Zustand verbleibt; sie kommt aber zur Geltung bei jeder Umwandlung des Gases, z. B. bei der Kondensation. Damit jedoch das Gas auch im Sättigungszustand sich wie ein ideales verhält, muß die Temperatur hinreichend tief genommen werden. Auf diesen Fall beschränken sich daher die folgenden Betrachtungen. Dann folgt aus der Differenz der Entropien des gasförmigen und des kondensierten Zustandes

$$S_g - S_c = \frac{Q}{T}, \quad (Q \text{ Verdampfungswärme})$$

die Gleichung für die Spannung des gesättigten Dampfes:

$$\ln p = -\frac{r_0}{kT} + \frac{5}{2}\ln T + \ln\left[(2\pi m)^{3/2}\frac{k^{5/2}}{\varepsilon g}\right]. \qquad (2)$$

(r_0 die molekulare Verdampfungswärme beim Temperaturnullpunkt.)

Das letzte additive Glied ist die Nernstsche „chemische Konstante". Nach O. Sackur und H. Tetrode ist $g = h^3$, wenn h das aus der Wärmestrahlung abgeleitete elementare Wirkungsquantum bezeichnet.

II. Emissionsgesetz der Verdampfung.

Um aus der statistischen Bedeutung des Wirkungsquantums g, beziehungsweise h, die dynamische abzuleiten, kann man folgenden Weg einschlagen. Ein ideales einatomiges Gas befinde sich, bei hinreichend tiefer Temperatur, im thermodynamischen Gleichgewicht mit einer kondensierten Phase. Dann läßt sich aus dem Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz die Anzahl der Atome bestimmen, welche in einer bestimmten Zeit die Oberfläche des kondensierten Körpers in einer bestimmten Richtung mit einer bestimmten Geschwindigkeit treffen. Dieselbe ist wegen des Sättigungszustandes durch die Temperatur allein bestimmt. Nimmt man nun an, daß von diesen Atomen keines direkt reflektiert, sondern alle in der kondensierten Phase aufgefangen werden, so folgt, daß im thermodynamischen Gleichgewicht von dem kondensierten Körper durch die Oberfläche genau die nämliche Anzahl von Atomen mit der nämlichen Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung nach außen emittiert wird. Da aber die Emission unabhängig sein wird von der gleichzeitigen Absorption, so ergibt sich als Emissionsgesetz der Verdampfung die absolute Zahl der durch ein Oberflächen-Element $d\sigma$ eines kondensierten Körpers emittierten Atome für das Zeit-Element dt und das Geschwindigkeitsintervall zwischen q und $q + dq$ in der Richtung des Elementarkegels $d\Omega$, der den Winkel ϑ mit der Normalen von $d\sigma$ bildet:

$$\frac{m^3 q^3}{g}\cdot e^{-\frac{mq^2}{2kT} - \frac{r_0}{kT} - 1} \cdot \cos\vartheta \cdot d\sigma \cdot d\Omega \cdot dq \cdot dt. \qquad (3)$$

Dieser Ausdruck beansprucht Gültigkeit nur für tiefe Temperaturen, aber für beliebig kleine und große Werte der Geschwindigkeit q.

III. Zur kinetischen Theorie kondensierter einatomiger Körper.

Die dynamische Begründung des vorstehenden Emissionsgesetzes erfordert ein Eingehen auf die Schwingungsvorgänge in einem kondensierten Körper. Die Anzahl der Schwingungen zwischen den Schwingungszahlen ν und $\nu + d\nu$ ist nach den Untersuchungen von P. Debye, sowie von M. Born und Th. von Kármán für das Volumen V bei tiefer Temperatur:

$$12\pi\frac{V}{c_m^3}\nu^2 d\nu, \qquad (4)$$

(c_m ein Mittelwert für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit) und die Anzahl derjenigen dieser Schwingungen, deren Energie zwischen $(n-1)h\nu$ und $nh\nu$ liegt, ist nach der Hypothese der Quantenemission:

$$\frac{12\pi V\nu^2 d\nu}{c_m^3}\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)e^{-\frac{nh\nu}{kT}}. \qquad (5)$$

Nun liegt es weiter nahe, anzunehmen, daß Emission eines Atoms nur dann eintritt, wenn die Schwingungsenergie ein ganzes Vielfaches von $h\nu$ geworden ist, und daß dabei die ganze Schwingungsenergie sich in kinetische Energie des emittierten Atoms verwandelt:

$$nh\nu = \frac{1}{2}mq^2. \qquad (6)$$

Die Zeit, welche vergeht, bis die Energie einer Schwingung durch Absorption von Wärmestrahlung um den Betrag $h\nu$ gewachsen ist, ist proportional

$$\frac{1}{\nu^2}\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right). \qquad (7)$$

Aus diesen Daten läßt sich noch nicht das Emissionsgesetz durch die Oberfläche des Körpers ableiten, schon weil hierfür noch in Betracht kommt, daß die emittierten Atome zum größten Teil im Innern wieder aufgefangen werden. Immerhin wird bei einer Überschlagsrechnung die Emission durch die Oberfläche, für ein bestimmtes ν und ein bestimmtes n, proportional zu setzen sein dem Ausdruck (5) und umgekehrt proportional dem Aus-

druck (7), also für $V = \lambda^3 = \frac{c^3}{\nu^3}$, proportional dem Ausdruck:

$$e^{-\frac{nh\nu}{kT}} \cdot \nu \cdot d\nu. \qquad (8)$$

Einer bestimmten Geschwindigkeit der emittierten Atome entsprechen bestimmte diskrete Werte von ν, die sich aus (6) ergeben, wenn man darin für n die Zahlen 1, 2, 3, ... setzt. Dann wird die Anzahl der mit einer zwischen q und $q + dq$ liegenden Geschwindigkeit emittierten Atome nach (8) proportional:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_1^\infty e^{-\frac{mq^2}{2kT}} \cdot \frac{1}{2}\frac{mq^2}{nh} \cdot \frac{mq\,dq}{nh} = \\ &= \frac{1}{2}\frac{m^2q^3dq}{h^2} e^{-\frac{1}{2}\frac{mq^2}{kT}} \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots\right), \end{aligned}\right| \qquad (9)$$

ein Ausdruck, der in seiner Abhängigkeit von T und q ganz dem oben gefundenen Emissionsgesetz (3) entspricht.

Dienstag, 22. April:

P. Debye, Zustandsgleichung und Quantenhypothese.

Der Hauptzweck der kinetischen Theorie der Materie ist die Berechnung der sogenannten Zustandsgleichung, d. h. im einfachsten Falle der Beziehungen zwischen Druck, Volumen, Temperatur, Energie aus den als bekannt vorausgesetzten Eigenschaften der Atome und der Atombindungen. Die statistische Mechanik hatte diese Aufgabe in umfassender und dazu sehr einfacher Weise gelöst. Im Anschluß an die Thermodynamik kann zunächst vorangestellt werden, daß die uns interessierenden Beziehungen dann vollständig bekannt sind, wenn eines der vielen thermodynamischen Potentiale bekannt ist. Wählen wir dafür die freie Energie F von Helmholtz, so ist bekanntlich

$$p = -\frac{\partial F}{\partial V} \qquad S = -\frac{\partial F}{\partial T} \qquad U = F - T\frac{\partial F}{\partial T}$$

(p = Druck, V = Volumen, S = Entropie, T = Temperatur, U = Energie).

Das Resultat der statistischen Mechanik kann nun mit Bezug auf F folgendermaßen formuliert werden:

Ist der Bewegungszustand des Körpers definiert durch die Lagenkoordinaten $q_1, q_2, \dots$ und die Impulskoordinaten $p_1, p_2, \dots$ und kennen wir die Gesamtenergie ε als Funktion dieser Koordinaten, dann ist

$$F = -kT \log \int e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} dq_1, dq_2, \dots, dp_1, dp_2, \dots$$

(k = Boltzmannsche Konstante = $1{,}35 \cdot 10^{-16}$ erg).

Alle thermodynamischen Eigenschaften des Körpers sind also bekannt nach Berechnung eines einzigen Integrals, das wir das „Zustandsintegral"

$$Z = Z(V, T) = \int e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} dq_1 \dots dp_1 \dots$$

nennen können.

Nun ist die statistische Mechanik nur richtig im Grenzfalle für hohe Temperaturen und es entsteht die Frage, ob dann, wenn wir zur Planckschen Quantentheorie übergehen, vielleicht doch immer noch eine ähnliche Berechnungsweise Gültigkeit haben mag. Ich möchte an Hand des heutzutage ja sowieso besonders interessanten Falles des starren Körpers ein Beispiel für die Richtigkeit unsrer Vermutung liefern.

Beim einatomigen festen Körper nimmt man durchweg an, daß das Hookesche Gesetz erfüllt ist, d. h., daß ε eine quadratische Funktion der Verschiebungen $q_1, q_2, \dots$ und der Impulse $p_1, p_2, \dots$ der einzelnen Atome ist. Wollen wir ausgehend von dieser Annahme das Zustandsintegral Z berechnen, dann empfiehlt sich die Einführung neuer Variabelen $Q_1, Q_2, \dots$ und $P_1, P_2, \dots$, so gewählt, daß ε einer Summe von Quadraten gleich wird. Haben wir die „Eigenfunktionen" $Q_1, Q_2, \dots$ eingeführt, dann können wir den Körper vollständig charakterisieren durch seine Eigenschwingungszahlen $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n$ und wir wissen, daß sich ε dann schreiben läßt

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\sum (P_n^2 + 4\pi^2 \nu_n^2 Q_n^2),$$

wenn wir die Verschiebungen rechnen in bezug auf den ursprünglich ungedehnten Zustand des Körpers.

Dehnen wir den Körper durch äußere Kräfte, so daß sein Volumen von dem Werte V_0 (beim absoluten Nullpunkt gemessen) übergeht in $V_0 + \Delta$, dann können wir schreiben

$$\varepsilon = \frac{1}{2\varkappa}\frac{\Delta^2}{V_0} + \frac{1}{2}\sum_n (P_n^2 + 4\pi^2 \nu_n^2 Q_n^2),$$

wobei $\varkappa$ die Kompressibilität bedeutet.

Die Berechnung von Z liefert

$$Z = e^{-\frac{1}{kT}\frac{\Delta^2}{2\varkappa V_0}} \prod_n \left(\frac{kT}{h\nu_n}\right),$$

wenn wir, um den Anschluß an die späteren Ausführungen zu erhalten, noch den hier sonst belanglosen Faktor h von der Dimension Energie mal Zeit hinzufügen. Die freie Energie wird

$$F = \frac{\Delta^2}{2\varkappa V_0} - kT\sum_n \log\left(\frac{kT}{h\nu_n}\right)$$

und damit wäre die Aufgabe gelöst.

Ein Körper, für den dieser Wert von F Gültigkeit haben würde, kann indessen durchaus nicht mit den bekannten festen Körpern identifiziert werden. Berechnet man den Druck, so findet man

$$p = -\frac{1}{\varkappa}\frac{\Delta}{V_0},$$

m. a. W., wenn $p = 0$ ist, dann ist auch $\Delta = 0$ für alle Temperaturen, d. h. der Körper dehnt sich nicht aus durch Wärmezufuhr. Für die Energie würde man den Dulong-Petitschen Wert finden, d. h. das für die statistische Mechanik charakteristische Resultat.

Versuchen wir zunächst, dem letzteren Übelstand abzuhelfen. Nachdem wir die Q und P an Stelle der q und p eingeführt haben, ist unser Zustandsintegral zerfallen in ein Produkt einzelner Integrale, von denen jedes sich nur auf eine Eigenschwingung bezieht und genau so gebaut ist, wie das entsprechende Integral für einen einzelnen Resonator. Nach einer Bemerkung von Einstein wissen wir nun, daß die Plancksche Quantenhypothese in diesem Falle so interpretiert werden kann, als hätte man in der Koordinaten-Impulsebene nicht alle Punkte mit dem gleichen Gewicht zu zählen. Teilt man die Ebene ein durch Kurven Energie = konstant mit Flächeninhalten, welche ganze Vielfache Z des Planckschen Wirkungsquantums h sind, dann ist die Gesamtheit der Punkte jeder solchen Kurve (Ellipse) mit dem Gewichte 1 und alle anderen Punkte der Ebene mit dem Gewicht 0 zu belegen. Überträgt man diese Auffassung auch auf unsren allgemeineren Fall, dann bedeutet das:

An Stelle des Zustandsintegrals tritt ein Produkt von Zustandssummen, von denen jede den Wert hat

$$\frac{P_n^2+4\pi^2\nu_n^2 Q_n^2}{2kT} \qquad \frac{z h\nu_n}{kT}$$

$$Sz = \frac{}{} = \frac{1}{1-e^{-\frac{h\nu_n}{kT}}}$$

(h = Plancksches Wirkungsquantum = 6,41 . 10^{-27} erg sec).

So erhält man dann

$$Z = e^{\frac{1}{kT}\frac{\Delta^2}{2\varkappa V_0}} \prod_n \left(\frac{1}{1-e^{-\frac{h\nu_n}{kT}}}\right)$$

und

$$F = \frac{\Delta^2}{2\varkappa V_0} + kT\sum_n \log\left(1-e^{-\frac{h\nu_n}{kT}}\right).$$

Überträgt man die Überlegungen über das Spektrum der festen Körper, welche ich neulich entwickelt habe, auf diesen Fall, und setzt also die Anzahl Spektrallinien pro $d\gamma$ gleich

$$qN\frac{\gamma^2 d\gamma}{\gamma_{max}^3},$$

(N = Anzahl Atome im Körper)

dann kann man auch schreiben:

$$F = \frac{\Delta^2}{2\varkappa V_0} + \frac{gNkT}{x^3}\int_0^x \xi^2 \log\left(1-e^{-\xi}\right) d\xi.$$

Die Abkürzung x bedeutet $x = \frac{h\nu_{max}}{kT} = \frac{\Theta}{T}$, also die für den Körper charakteristische Temperatur dividiert durch die absolute Temperatur.

Tatsächlich erhält man aus dieser Formel für F den von mir schon früher angegebenen Ausdruck für die Energie, welcher den Nernstschen Messungen gerecht wird. Aber ebensowenig wie vorher hat unser theoretischer Körper einen Ausdehnungskoeffizienten. Wir müssen also schließen, daß die Konstitution des Körpers anders ist, als wir vorher annahmen und zwar werden wir schließen auf die Unrichtigkeit unsrer im Hookeschen Gesetz zusammengefaßten Grundannahme, m. a. W. die elastischen Gleichungen sind in Wirklichkeit nicht linear. Haben wir in diesem letzteren Falle einen Körper gedehnt, dann werden die Atome um ihre neue Gleichgewichtslage nicht mehr mit derselben Schwingungszahl schwingen können, wie um die ursprüngliche, ähnlich wie die Elektronen, welche Voigt zur Erklärung der elektrischen Doppelbrechung herangezogen hat. Im übrigen bedeutet natürlich die Einführung einer von der Dehnung abhängigen Schwingungszahl nur eine erste Näherung. Bleiben wir dabei stehen, dann kommen wir also für F wieder zur oben genannten Formel.

Nur ist jetzt ν_{max} und damit Θ nicht mehr von der Dilatation Δ unabhängig. Entwickeln wir Θ in der Form:

$$\Theta = \Theta_0\left(1 - a\frac{\Delta}{V_0}\right),$$

dann mißt die Konstante a die Abweichung von der Linearität. Unsre Behauptung geht nun dahin, daß der zuletzt für F abgeleitete Ausdruck tatsächlich die freie Energie eines wirklichen festen Körpers darstellt, wenn wir setzen:

$$x = \frac{\Theta}{T} = \frac{\Theta_0}{T}\left(1 - a\frac{\Delta}{V_0}\right)$$

und für $\varkappa$ die Kompressibilität beim absoluten Nullpunkt $\varkappa_0$ substituieren.

Aus dem Ausdruck für F folgt

$$-p = \frac{\Delta}{\varkappa_0 V_0} - \frac{a}{V_0}\frac{gNkT}{x^3}\int_0^x \frac{\xi^3 d\xi}{e^{\xi}-1} \approx \frac{\Delta}{\varkappa_0 V_0} - \frac{aU_0}{V_0}.$$

Für $p = 0$ wird also für tiefe Temperaturen

$$\Delta = a\varkappa_0 U_0,$$

d. h. proportional der Konstante a, der Kompressibilität und der Energie U_0 oder näherungsweise gerechnet U_0, d. h. unter Benutzung des Grenzwertes Θ_0 von Θ. Damit haben wir den Grüneisenschen Satz erhalten, wonach Ausdehnungskoeffizient und spezifische Wärme miteinander proportional sind. Nach unsrer Theorie muß deshalb der Ausdehnungskoeffizient bei tiefen Temperaturen proportional T^3 werden. Ebenso findet man, daß mit zunehmender Temperatur die Kompressibilität zunimmt und zwar im Gebiete der tiefen Temperaturen proportional T^4. Überhaupt können auf Grund des einmal für F erhaltenen Ausdrucks alle Fragen über die Zustandsgrößen des festen Körpers beantwortet werden.

Man kann nun aber weitere mit irreversiblen Prozessen in Verbindung stehende Eigenschaften in den Kreis der Betrachtungen ziehen und z. B. nach Wärmeleitfähigkeit, innere Reibung, usw. fragen. Eine Bemerkung in bezug auf die erstere möge hier noch Platz finden. Kehrt man wieder zum Hookeschen Gesetz zurück und denkt in Übereinstimmung mit unsren Grundannahmen die Wärmebewegung als hin- und herlaufende elastische Wellen, dann ist leicht einzusehen, daß ein Zustand möglich ist, bei dem z. B. in einem Stab von links nach rechts mehr „Wärme" fließt, als von rechts nach links, ohne daß Energieunterschiede längs des Stabes sich bemerkbar machen. In diesem Sinne hat also der „ideale" feste Körper eine unendlich große Leitfähigkeit. Bedenkt man nun, daß die wirklichen Körper um so eher mit einem idealen, dem Hookeschen Gesetz genügenden Körper identifiziert werden können, je tiefer die Temperatur ist, und hält daneben den Befund von Eucken, wonach die Wärmeleitfähigkeit kristallinischer Körpes umgekehrt proportional T wächst, dann ist die Ähnlichkeit beider Resultate nicht zu verkennen. Wir erwarten dann auch von einer mit Rücksicht auf die Nichtlinearität der Bewegungsgleichungen vervollständigten Theorie eine Erklärung jener frappanten Messungen. Kehren wir wieder zur Zustandsgleichung zurück und überblicken das Ergebnis nach Einführung der Quantentheorie, dann können wir die Aufgabe derselben erblicken in der Angabe der richtigen Berechnungsweise für das Zustandsintegral und vermuten, daß alles andere unverändert bestehen bleiben kann, wie sich das hier in einem speziellen Falle bewährt hat.

Utrecht, 10. Februar 1913.

Mittwoch, 23. April:

W. Nernst, Zur Theorie des festen Aggregatzustandes.

Die kinetische Theorie des festen Aggregatzustands hat man bisher lediglich auf anziehende und abstoßende Kräfte zwischen den Molekülen basiert. Zweifellos sind damit gewisse Erfolge erzielt worden, wie vor allem die neueren Arbeiten Grüneisens zeigen. Es scheint aber sicher, daß diese Auffassung nur provisorischer Natur ist; für die Erklärung der Quantentheorie (vergl. weiter unten) versagt sie bisher.

Wahrscheinlich sind die Kräfte, welche in Kristallen die einzelnen Atome oder Moleküle an ihre Ruhelage festhalten, im wesentlichen identisch mit den chemischen Kräften, die man bekanntlich als gerichtete Kräfte ansieht und für welche die Kraftgesetze nicht nur nicht bekannt, sondern wahrscheinlich von den bisherigen ganz verschiedener Natur sind.

Als wichtigste Eigenschaft der festen Körper ist ihr Energieinhalt zu bezeichnen, der durch die Messung der spezifischen Wärme bis zu möglichst tiefen Temperaturen hinab ermittelt werden kann. Die hierfür ausgearbeiteten Methoden sollen daher kurz beschrieben werden.

Ganz neues Licht hat die Quantentheorie auf viele Eigenschaften der festen Stoffe geworfen. In erster Linie läßt sich in gewissen einfachen Fällen die spezifische Wärme, wie insbesondere die neueren Arbeiten von Debye einerseits, von Born und v. Kármán andererseits zeigen, sowohl in ihrem absoluten Betrage, wie auch in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur berechnen. Ferner lassen sich von ähnlichen Gesichtspunkten aus die elastischen Eigenschaften, der Schmelzpunkt und die elektrische Leitfähigkeit der Metalle behandeln. Aus der Quantentheorie läßt sich der Satz ableiten, daß die Eigenschaften fester Stoffe bei tiefen Temperaturen von der Temperatur unabhängig werden; dieses Resultat fällt übrigens im wesentlichen zusammen mit dem vom Referenten bereits früher aufgestellten Wärmesatze.

Das wichtigste Problem für die Theorie des festen und speziell des kristallisierten Zustands dürfte darin bestehen, den Schwingungszustand der Atome im Molekülkomplex, und ferner denjenigen des Schwerpunkts des letzteren möglichst sicher festzustellen. Die Theorie der Schwingungen der Atome im Molekül fester Körper scheint nach den gleichen Prinzipien zu behandeln zu sein, wie diejenige der Atome im Gasmoleküle; die Theorie läßt sich wohl jetzt schon in gewissen einfachen Fällen so weit führen, daß die Molekulargröße vieler Elemente und auch einfacherer Verbindungen, wie $NaCl$, H_2O, $HgCl$ aus einer genauen Bestimmung der spezifischen Wärme in möglichst weiten Temperaturintervallen abgeleitet werden kann.

Donnerstag, 24. April:

M. v. Smoluchowski, Gültigkeitsgrenzen des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie.

Wird der zweite Hauptsatz in einer der üblichen Formen ausgesprochen, wie z. B.: „Wärme kann nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen", oder: „Ein Kreisprozeß, bei welchem Arbeit auf Kosten der Wärme niedrigster Temperatur erzeugt würde, ist unmöglich", oder: „Die Entropie eines abgeschlossenen Systems kann im Laufe der Zeit nur zunehmen", so besteht sicher ein Widerspruch mit der atomistisch-kinetischen Theorie, welche eine prinzipielle Umkehrbarkeit aller Prozesse verlangt. Doch suchte Boltzmann bekanntlich nachzuweisen, daß auch der kinetischen Theorie zufolge die Vorgänge im allgemeinen mit der Thermodynamik übereinstimmen müßten, und daß die theoretisch zu erwartenden Ausnahmefälle wegen ihrer großen Unwahrscheinlichkeit im allgemeinen nicht bemerkbar seien, während andererseits die Phänomenologen im Vertrauen auf die absolute Richtigkeit der obigen Sätze die kinetische Theorie überhaupt verwarfen.

Nun ist heute nachgewiesen, daß tatsächlich eine Reihe von experimentell bequem zugänglichen Mikrophänomenen existiert (z. B Brownsche Molekularbewegung, Opaleszenzerscheinungen, automatische Konzentrationsschwankungen in Emulsionen), welche eben darauf beruhen, daß der wirkliche Zustand vom thermodynamisch zu erwartenden „normalen Gleichgewicht" merklich abweicht. Die exakte Gültigkeit jener Sätze ist also durch die Erfahrung widerlegt, und der Standpunkt der dogmatischen Thermodynamik ist unhaltbar geworden. Ob und inwieweit dieselben jedoch als angenähert gültig zu betrachten sind, kann man heute nur vom Standpunkt der Maxwell-Boltzmann-Gibbsschen statistischen Mechanik beurteilen, welche in den obigen Erscheinungen eine greifbare Bestätigung und teilweise auch Weiterbildung erfahren hat.

Bezeichnen wir als „Mikrozustand" eines molekularen Gebildes den Inbegriff der Koordinaten und Momente seiner sämtlichen Moleküle. Dann ist für die Anwendbarkeit der statistischen Mechanik die Bedingung wesentlich, daß das betrachtete System jeden (kinematisch möglichen und mit dem Energiesatz verträglichen) Mikrozustand im Laufe der Zeit beliebig nahekommt. Es folgt aus derselben ohne weiteres: 1. der Satz von Poincaré, daß der Mikrozustand in gewissem Sinne quasi periodisch ist, indem immer eine endliche Zeitdauer existiert, nach deren Ablauf der Zustand innerhalb beliebig enger Grenzen dem Anfangswerte wieder nahekommt. Die Länge dieses Poincaré-Zermelo-Zyklus ist natürlich nur insoweit definiert, als die Größe des Koinzidenzgebietes vereinbart ist; Boltzmanns, allerdings nicht ganz strenge Berechnung zeigt jedenfalls, daß es sich dabei schon für einen Kubikzentimeter Gas um ganz kolossale Zeiträume handelt. Die Fälle, wo es eine exakte Koinzidenz gibt, wo also die Bewegung genau periodisch ist, bilden singuläre Ausnahmefälle, welche ein von den Gesetzen der statistischen Mechanik abweichendes Verhalten aufweisen, da die oben erwähnte Bedingung nicht erfüllt ist.

Es folgt 2. mit Benützung des Liouvilleschen Satzes bekanntlich, daß alle Mikrozustände in sehr langen Zeiträumen gleich wahrscheinlich sind.

Dagegen gilt von den experimentell beobachtbaren Makrozuständen etwas ganz anderes. Dem Makrobeobachter erscheinen zwei Zustände gleich, falls in beiden Fällen gleichviel Moleküle sich in den kleinsten physikalisch unterscheidbaren Zustandsgebieten befinden, ganz ohne Rücksicht auf die Individualität der Moleküle. Während eines solchen Poincaré-Zyklus werden sich also die beobachtbaren Makrozustände im allgemeinen eine große Anzahl von Malen angenähert wiederholen, aber mit ungleicher Häufigkeit, und zwar sind die weitaus häufigsten nahe gleich dem der größten Anzahl günstiger Permutationen (d. i. dem idealen Maximum der Entropie) entsprechenden thermodynamischen „Normalzustande". Die mittlere Abweichung einer den Zustand bestimmenden Koordinate von jenem Normalzustand läßt sich mittels einfacher Formeln berechnen; die ihr entsprechende Arbeitsleistung ist (im gewöhnlichen Fall einer stabilen Normallage) gleich der Hälfte der mittleren kinetischen Energie eines Moleküls.

Es kommen aber im Laufe der Zeit auch größere, ja sogar beliebig große Zustandsabweichungen vor, welchen abnorm kleine Werte der Entropie entsprechen, und zwar wird im Verlaufe eines Poincaré-Zyklus ein jeder solcher Zustand ebenso häufig im Stadium wachsender, wie im Stadium abnehmender Entropie durchschritten; das heißt: alle diese Vorgänge sind reversibel, oder besser gesagt, revertierend, wiederkehrend.

In kleinem Maßstabe kann man das direkt experimentell beobachten, am einfachsten beispielsweise, indem man zusieht, wie sich die Anzahl der in einem gegebenen Volum einer Emulsion befindliche Anzahl von suspendierten Teilen automatisch verändert. Man kann beispielsweise Svedbergs derartige Versuche geradezu als eine Demonstration der Umkehrbarkeit der Diffusionsvorgänge auffassen. Daß man für gewöhnlich bei den Prozessen der Diffusion, Reibung, Wärmeleitung nur ein irreversibles Verhalten bemerkt, rührt nur davon her, daß man in der makroskopischen Praxis in der Regel von Anfangszuständen ausgeht, welche weit über den Betrag der mittleren Schwankungen vom Normalzustand abweichen, also im Sinne der Atomistik außerordentlich unwahrscheinlich sind, somit meist erst nach einer ungemein langen, praktisch gar nicht realisierbaren Zeit wiederkehren würden.

Durch jeden solchen „abnormalen" Zustand gehen Zustandskurven aller möglichen Richtungen, aber die Dichte

der Kurvenscharen nimmt mit wachsender Abweichung sehr stark ab, so daß schon nach sehr kurzer, positiver oder negativer, Zeitdauer mit ungemein großer Wahrscheinlichkeit eine Zunahme der Entropie zu erwarten ist. Dieses mittlere wahrscheinliche Verhalten wird durch die Differentialgleichungen der phänomenologischen Diffusions-, Reibungs- und Wärmeleitungstheorien beschrieben. Es kommen natürlich auch bei diesen scheinbar irreversiblen Prozessen zufällige molekulare Abweichungen von den normalen phänomenologischen Gesetzen vor, welche jedoch bis jetzt weniger untersucht sind und auch minder merkwürdig erscheinen, als die vorher besprochenen Abweichungen vom normalen Gleichgewichtszustand.

Handelt es sich uns um den Absolutbetrag der Abweichung vom Normalzustand, so sind jene Theorien überhaupt nur für Zustände benützbar, welche den Bereich der mittleren Abweichung erheblich überschreiten. Für Zustände, die innerhalb jenes Bereichs liegen, erfolgt die Änderung im allgemeinen sogar im entgegengesetzten Sinne (entsprechend einer Abnahme der Entropie).

Im ganzen führt also die statistische Mechanik zum Resultate, daß die Entropie ebensogut zunehmen wie abnehmen kann, daß Wärme von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen kann — sogar die ganze Sonnenwärme ist ja vielleicht nur als eine solche automatisch eingetretene Ansammlung von Wärme innerhalb eines im Gleichgewichtszustand befindlichen Systems anzusehen —, aber die Wahrscheinlichkeit einer solchen Ansammlung nimmt ganz außerordentlich rascher ab als deren Größe, sobald man über den Bereich der mittleren Schwankung hinausgeht. Da nun die Wahrscheinlichkeit dem „Zeitmittel" entspricht, würden die Sätze der üblichen Thermodynamik in etwas eingeschränkter Formulierung aufrecht erhalten bleiben, z. B. „Wärme kann nicht dauernd von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen" oder: „Es kann keine, Wärme niedrigster Temperatur verbrauchende, automatische Maschine geben, welche eine dauernde Arbeitsquelle von endlicher Ergiebigkeit bilden würde". Eine solche Formulierung genügt auch zur Ableitung der üblichen Anwendungen in entsprechend eingeschränkter Form.

Man kann sich auch durch direkte Betrachtungen plausibel machen, daß man tatsächlich jene Schwankungen weder mit Hilfe eines mechanischen Ventils, noch z. B. mit Hilfe einer automatischen, optischen oder elektrischen Auslösevorrichtung zur Herstellung eines dauernd wirkenden Perpetuum mobile zweiter Art ausnützen kann. Soweit unsere jetzigen Kenntnisse reichen, wäre hierzu ein „Dämon" nötig, welcher 1. ohne Sinneseindrücke zu empfangen, in jedem Momente wüßte, in welchem Mikrozustande das molekulare System sich befindet, und voraus wissen würde, wie es sich weiter bewegt; 2. die Bedingungen für das Eintreten des molekularen Vorgangs so beherrschen würde, daß er ohne Arbeit zu leisten denselben beliebig oft in Gang setzen und zum Stillstand bringen könnte. Ein Lebewesen molekularer Konstruktion würde weder die eine noch die andere Bedingung erfüllen.

Man könnte denken, es genüge zur Herstellung eines Perpetuum mobile von dauernder Ergiebigkeit, den makroskopischen Zustand eines molekularen Gleichgewichtsprozesses zu beobachten, den letzteren zu unterbrechen, wenn sich eine bestimmte einseitige Energie-Abweichung zufällig einmal von selbst eingestellt hat, und dieses Spiel in derartigen, regelmäßigen Intervallen beliebig oft zu wiederholen. Das scheint auf einem Fehlschluß zu beruhen, ebenso wie in einem analogen Glücksspiele: es läßt sich nämlich leicht nachweisen, daß in letzterem Falle die zur Erreichung eines vorgegebenen einseitigen Überschusses durchschnittlich nötige Anzahl von Würfen nicht gegen einen endlichen Grenzwert konvergiert.

Freitag, 25. April:

A. Sommerfeld, Probleme der freien Weglänge.

I. Methodisches über Einführung und Benutzung der freien Weglänge.

1. Die freie Weglänge wird unter Vermeidung spezieller Annahmen durch ein Absorptionsgesetz definiert. 2. Der Transport einer Größe pro Flächen- und Zeiteinheit wird nach Debye für ein beliebiges Verteilungsgesetz berechnet. Die etwas paradoxe Annahme, daß der letzte Zusammenstoß im Abstande λ erfolgt sei, braucht nicht gemacht zu werden. 3. Unter gewissen Näherungsannahmen fällt aus dem Quotienten Wärmeleitungskoeffizient $\varkappa$ durch Reibungskoeffizient η die freie Weglänge heraus und hängt der Quotient nur von der viel weniger problematischen Energieverteilung (spezifische Wärme) ab. Analogon zum Wiedemann-Franzschen Gesetz. 4. Bei Maxwellscher Verteilung und Zusammenstößen nach Art elastischer Kugeln wird die Konstante im Quotienten $\varkappa/\eta$ berechnet. 5. Die Maxwellsche Verteilung ist bei der Wärmeleitung zu modifizieren. Bequemer heuristischer Weg hierzu. 6. Die modifizierte Verteilung erweist sich identisch mit der von Lorentz für Elektronen in Metallen gefundenen Geschwindigkeitsverteilung. Zwei verschiedene Auffassungen der Transportgleichung: Integration über den Lagenraum oder Integration über den Geschwindigkeitsraum.

II. Experimentelles über die Abhängigkeit der freien Weglänge von Geschwindigkeit und Druck.

1. Gaskinetische Ergebnisse. 2. Freie Weglänge der Elektronen gemessen durch Ionisierung. Das Optimum der Ionisierung, Abnahme mit zunehmender Geschwindigkeit. Die gleiche Kurve bei Elektronen und α-Partikeln. 3. Freie Weglänge der Kathodenstrahlen gemessen durch deren Absorption. Rapide Abnahme des auf Absorption wirkenden Molekül-Querschnittes bei der Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit. 4. Freie Weglänge der Kanalstrahlen. Abweichung von der Druckproportionalität.

III. Spezifische Wärme der einatomigen Gase (nach W. Lenz).

1. Methode der Eigenschwingungen bei Gasen. Der Unterschied gegen feste Körper besteht darin, daß die Schallgeschwindigkeit bei Gasen wesentlich von der Temperatur abhängt. Man muß das Spektrum der Eigenschwingungen in der Skala der Wellenlängen (nicht Schwingungszahlen) entwerfen. 2. Die Verteilungsfunktion wird aus dem Maximum der Wahrscheinlichkeit bestimmt; die Transformation der Energie von einer Schwingungszahl in eine andere wird quantenhaft vorausgesetzt. Näherungsformeln der Verteilungsfunktion für hohe und niedrige Temperaturen. 3. Die spezifische Wärme der Gase für hohe Temperaturen. Der Faktor 12, der die spezifische Wärme der einatomigen Gase von der der einatomigen festen Körper unterscheidet, kommt automatisch zustande durch die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit. Die Näherungsformel für hohe Temperaturen gilt bis in die nächste Nähe des absoluten Nullpunktes. 4. Spezifische Wärme und Zustandsgleichung für sehr tiefe Temperaturen. Unsicherheit der Methode. 5. Die experimentelle Abnahme der spezifischen Wärme des Wasserstoffs bei tiefen Temperaturen auf den einatomigen Wert hat ihr Analogon in dem theoretischen Verhalten der Schallgeschwindigkeit. Diese geht nach Jeans für zweiatomige Gase bei abnehmender Temperatur oder zunehmender Schwingungszahl von dem zweiatomigen auf den einatomigen Wert herauf; die Übergangsstelle hängt von der Unsymmetrie des Moleküls ab.

Sonnabend, 26. April:

H. A. Lorentz, Anwendung der kinetischen Theorien auf Elektronenbewegung.

1. In der „Elektronentheorie der Metalle", wie sie von Riecke[1]), Drude[2]) und anderen Physikern entwickelt worden ist, versucht man die elektrischen Eigenschaften der Metalle und was damit zusammenhängt, auf das Verhalten der in ihnen befindlichen beweglichen Elektronen zurückzuführen. Dabei wird angenommen, daß diese sich in demselben Maße wie alle sonstigen beweglichen Teilchen an der Wärmebewegung beteiligen. Bei der Temperatur T ist die mittlere kinetische Energie eines Elektrons in Plancks Bezeichnungsweise $^3/_2 kT$.

2. Man erhält bei nicht zu niedriger Temperatur den richtigen Wert für die spezifische Wärme eines Metalls, wenn man für jedes Atom eine kinetische Energie $^3/_2 kT$ und den gleichen Betrag an potentieller Energie ansetzt. Daraus folgt, daß die Zahl der beweglichen Elektronen nur ein kleiner Bruchteil der Atomzahl sein kann. Befinden sich, was allerdings sehr wahrscheinlich ist, weitere Elektronen in dem Körper, so muß man diese als festliegend betrachten, oder jedenfalls annehmen, daß die kinetische Energie, die sie im Mittel erhalten, aus irgendwelchem Grunde erheblich kleiner als $^3/_2 kT$ ist.

3. Die beweglichen Elektronen lassen sich in „gebundene" und „freie" teilen. Erstere sind solche, die eine bestimmte Gleichgewichtslage haben, aus der sie sich nicht über einen gewissen Abstand hinaus entfernen. Die freien Elektronen aber können unter dem Einflusse einer konstanten Kraft über beliebig große Strecken wandern.

Ein konstanter elektrischer Strom kann nur durch eine Bewegung freier Elektronen zustande kommen.

Ein und dasselbe Elektron kann im Laufe der Zeit bald frei, bald gebunden sein.

4. Wollte man in einem Metall mehr als eine Gattung freier Elektronen annehmen, so stieße man auf die größten Schwierigkeiten; man würde einem Widerspruch mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik kaum entgehen können. Der einzige, oder jedenfalls der einfachste Ausweg besteht in der Hypothese, daß es nur eine Art freier Elektronen gibt[3]). Alles spricht dafür, daß dies negative Teilchen sind, identisch mit den Elektronen der Kathoden- und der β-Strahlen.

5. Die freien Elektronen werden aus den Atomen durch eine Art Dissoziation gelöst. Ihre Anzahl pro Volumeinheit (N) ändert sich von einem Metall zum anderen und ist in jedem eine bestimmte Funktion der Temperatur. Beschränkt man sich auf stationäre Zustände (nur von solchen ist im weiteren die Rede), so darf man annehmen, daß auch dann, wenn die Eigenschaften des Metalls sich von Punkt zu Punkt ändern, und ebenso wenn ein Temperaturgefälle besteht oder eine elektrische Kraft wirkt, N in irgendeinem Volumelement denselben Wert hat, der gelten würde, wenn in einem homogenen Metall von der Beschaffenheit jenes Volumelementes thermisches und elektrisches Gleichgewicht bestände. In jedem Volumelement werden in einer bestimmten Zeit gleichviel Elektronen in Freiheit gesetzt und an die Atome gebunden. Zur Vereinfachung darf man annehmen, daß fortwährend dieselben Elektronen sich in freiem Zustande befinden.

6. In einer linearen (geschlossenen oder ungeschlossenen) Kette von Leitern werde die Lage eines normalen Querschnitts durch die der Kette entlang gemessene Entfernung x von einem festen Querschnitt bestimmt. Die Natur des Metalles, sowie die Temperatur, und also auch die Zahl N mögen sich kontinuierlich von einen Querschnitt zum andern ändern. Auf ein freies Elektron wirke in der Richtung x eine Kraft X, die teils von einem elektrischen Felde, teils von einer molekularen Anziehung seitens der Metallatome herrührt. Ganz allgemeine und naheliegende Betrachtungen führen dann zu folgenden Gleichungen für den elektrischen Strom i und den Wärmestrom w durch einen Querschnitt ω

$$i = \left\{ \alpha \frac{dT}{dx} + \beta (X - K) \right\} \omega,$$

$$w = \left\{ -\gamma \frac{dT}{dx} - \delta (X - K) \right\} \omega.$$

Die Koeffizienten α, β, γ, δ und die Größe K haben an jeder Stelle bestimmte Werte.

In diesen Größen lassen sich nun die Leitfähigkeiten für Wärme und Elektrizität ($\varkappa$ und σ), die elektromotorische Kraft in einer Thermokette, der Peltier- und Kelvin-Effekt ausdrücken, und es läßt sich die Bedingung angeben (Beziehung A), die erfüllt sein muß, damit die thermoelektrischen Größen der Relation genügen, die man aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik abgeleitet hat.

7. Die Größen α, β, γ, δ, K näher zu bestimmen, ist Aufgabe der kinetischen Elektronentheorie. Was K betrifft, bietet das keine Schwierigkeit. Diese Größe ist nämlich der Wert, den die Kraft X haben muß, damit bei überall gleicher Temperatur Gleichgewicht bestehe. In einem homogenen Metall ist also $K = 0$. Wo sich die Natur des Metalles von Punkt zu Punkt ändert (Übergangsschicht zwischen zwei Metallen) gilt:

$$K = kT \left(\frac{d \log N}{dx} \right)_T.$$

8. Um die Werte von α, β, γ, δ zu ermitteln, muß man die Methoden der kinetischen Theorien anwenden. Dabei darf von den wechselseitigen Zusammenstößen zwischen den Elektronen abgesehen werden; nur die Zusammenstöße mit den Metallatomen stellen ihrer Beweglichkeit eine Grenze. Da die Anzahl derjenigen Atome, die ein Elektron abgegeben haben, nur ein kleiner Bruchteil der Gesamtzahl ist (§ 2), so braucht auch die Wirkung der positiv geladenen Atome nicht besonders berücksichtigt zu werden.

9. Ebenso wie in der Gastheorie kann man von der mittleren freien Weglänge l eines Teilchens reden, und mit Hilfe dieses Begriffs läßt sich eine elementare Theorie der Erscheinungen entwickeln. Drude ist in dieser Weise zu dem wichtigen Ergebnis gelangt, daß das Verhältnis der Leitfähigkeiten $\varkappa$ und σ für alle Metalle den gleichen der Temperatur proportionalen Wert CT hat (Beziehung B). Auch gelang es ihm, den numerischen Wert des Faktors C in sehr befriedigender Weise aus anderweitigen Daten abzuleiten.

10. Will man strenger verfahren, so muß man eine statistische Methode benutzen. Es sei $f(\xi, \eta, \zeta)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta\, dS$ die Anzahl der freien Elektronen im Volumelement dS, deren Geschwindigkeitskomponenten zwischen ξ und $\xi + d\xi$, η und $\eta + d\eta$, ζ und $\zeta + d\zeta$ liegen. Die „Verteilungsfunktion" f genügt einer Gleichung, die der Grundgleichung der Gastheorie ähnlich ist. Für den Fall des Gleichgewichts hat sie die durch das Maxwellsche Gesetz bestimmte Gestalt.

11. Betrachtet man die Atome als Kugeln, an welchen die Elektronen nach den Gesetzen des elastischen Stoßes zurückprallen, so kann man die Grundgleichung vollständig lösen[1]). Die Werte, die sich dann für α, β, γ, δ ergeben, genügen den Beziehungen A (§ 6) und B (§ 9). Der

1) Riecke, Wied. Ann. **66**, 353, 545, 1199, 1898; Ann. d. Phys. **2**, 835, 1900.

2) Drude, Ann. d. Phys. **1**, 566, 1900; **3**, 369, 1900.

3) Lorentz, Jahrb. d. Radioaktivität und Elektronik **4**, 125, 1907.

1) Lorentz, Amsterdam Proc., I (1905), S. 438.

wert, den man für C (§ 9) erhält, ist aber weniger gut als bei Drude mit den Beobachtungen in Übereinstimmung.

12. Offenbar ist die Annahme kugeliger Atome höchstens eine rohe Annäherung. Das zeigt schon der Umstand, daß nach ihr die freie Weglänge l unabhängig von der Geschwindigkeit der Elektronen wird, was nicht wahrscheinlich ist. Es ist daher von Interesse, statt der elastischen Stöße Wirkungen anderer Art zwischen den Atomen und den Elektronen anzunehmen. Es gelingt nun, ohne zu spezielle Annahmen aus der Grundgleichung die Beziehung A abzuleiten und somit die Anwendung des zweiten Hauptsatzes auf die thermoelektrischen Erscheinungen zu rechtfertigen. Dagegen gelingt es nicht, zu der Drudeschen Beziehung B zu gelangen. Diese wäre also als eine Näherungsregel zu betrachten.

13. Weder auf die Erklärung der magnetischen Erscheinungen, noch auf die Theorie des Hall-Effekts und der damit verwandten Phänomene soll hier eingegangen werden. Nur sei bemerkt, daß eine Erklärung des Diamagnetismus aus den im Magnetfeld gekrümmten Bahnen der Elektronen, wie sie J. J. Thomson[1]) versucht hat, sich m. E. nicht durchführen läßt. Es hängt das damit zusammen, daß die Verteilungsfunktion im magnetischen Felde dieselbe Gestalt hat, wie außerhalb des Feldes.

14. Die Wärmebewegung der Elektronen hat zur Folge, daß eine elektrische Ladung nicht an der Oberfläche eines Leiters ihren Sitz hat, sondern sich bis zu einer gewissen Tiefe erstreckt. Diese Tiefe stellt sich aber bei der Berechnung als so klein heraus, daß sie keinen Einfluß auf beobachtbare Erscheinungen haben kann.

15. Nach den Gesetzen der Elektrostatik wird eine in einem Punkt konzentrierte Ladung ε von einer leitenden Platte gerade so angezogen, als ob sich in ihrem Spiegelbilde eine Ladung $-\varepsilon$ befände. Diese Wirkung kommt dadurch zustande, daß die Ladung $-\varepsilon$ über die Oberfläche der Platte verteilt ist, mit einer Flächendichte, die der dritten Potenz der Entfernung von ε umgekehrt proportional ist. Ist nun e die Ladung eines einzigen Elektrons, so ist eine derartige Verteilung unmöglich. Trotzdem wird auch dann die genannte Anziehung bestehen und zwar als zeitlicher Mittelwert der Kraft, die die beweglichen Elektronen in der Platte auf ε ausüben. In ähnlicher Weise werden die Gesetze der Elektrostatik zu Mittelwertssätzen, sobald die betrachteten Ladungen nicht aus einer großen Zahl von Elementarquanten bestehen.

Auf einige weitere Fragen wird in dem Vortrag einzugehen sein.

Die Kommission ladet alle mathematischen und physikalischen Fachgenossen zum Besuch der Vorträge ein.

Die Vorträge beginnen jeden Vormittag 9 Uhr c. t. in Aud. XV des Auditorienhauses Weenderstr. 2.

Auch außerhalb des Rahmens der Debatte werden kürzere Ausführungen, die obige Themata betreffen, aus dem Kreise der Teilnehmer willkommen sein.

I. A.: Hilbert.

[1]) J. J. Thomson, Rapports du Congrès de physique de 1900. Paris. **3**, 148.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Jena Dr. Hubert Kappen für Agrikulturchemie, an der Universität Czernowitz Dr. Josef Lindner für Chemie, an der Universität Bonn Dr. Alfons Deschauer für Chemie, an der Universität Leipzig Dr. Max Vollmer für anorganische und physikalische Chemie.

Ernannt: Der frühere Privatdozent an der Universität Marburg und jetzige Oberlehrer in Hamburg Dr. Heinrich Jung zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Kiel.

Verliehen: Dem ord. Professor der Experimentalphysik an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Karl Richard Koch das Ehrenkreuz des Ordens der Württembergischen Krone (mit dem persönlichen Adel).

Gestorben: Der ord. Professor für darstellende Geometrie und Geodäsie an der Hochschule für Bodenkultur in Wien Theodor Tapla.

Angebote.

Im physikalischen Institut der **Technischen Hochschule Dresden** ist am 1. Mai 1913, infolge des Ausscheidens des Herrn Dr. van der Bijl, eine

Assistentenstelle

zu besetzen. Bewerbungen möge ein Lebenslauf und Referenzen beigefügt werden.

Dr. Hallwachs.

Physiker oder Elektroingenieur

mit reichen Erfahrungen in der Fernsprechtechnik, insbesondere auf dem Gebiete der Gegensprechschaltungen wird von Großfirma für hoch dotierte Stellung zu sofortigem Eintritt **gesucht.** Offerten mit Referenzen, Zeugnisabschriften und Angabe der Gehaltsansprüche unter **J. V. 12606** befördert **Rudolf Mosse, Berlin S.W. 19.**

Gesuche.

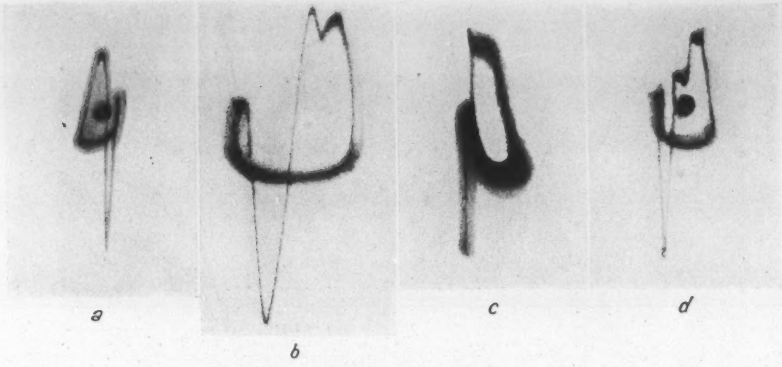
Physiker

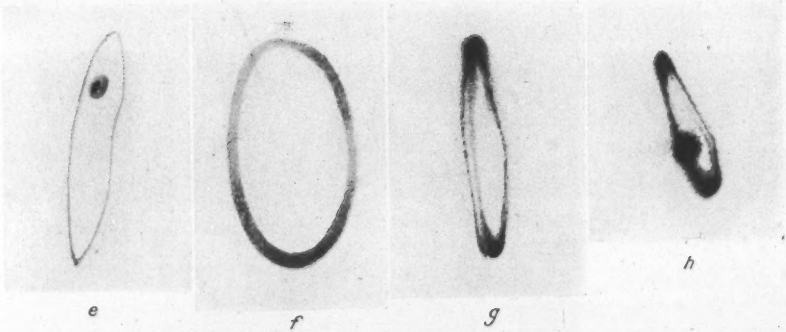
sucht Anfangsstellung in Laboratorium.

Offerten an die Expedition dieser Zeitschrift unter **S. H. 385.**

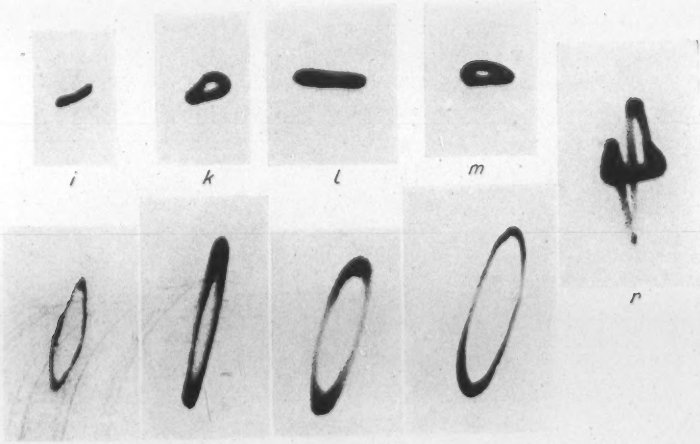
Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

a—h Schwingungen 2. Art.





i—q Schwingungen 1. Art.



H. Faßbender u. E. Hupka, Nachweis von Schwingungen erster und zweiter Art am Poulsenbogen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

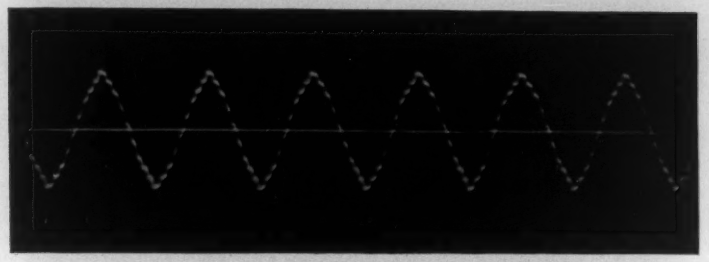


Fig. 7.

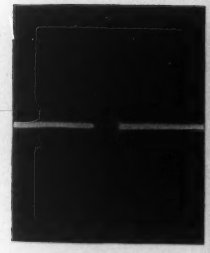


Fig. 13.

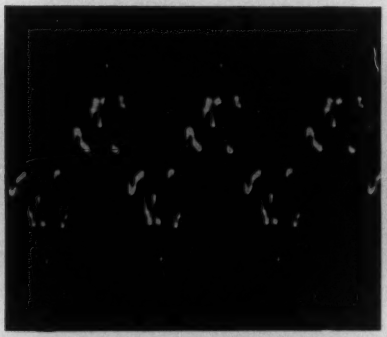


Fig. 8.

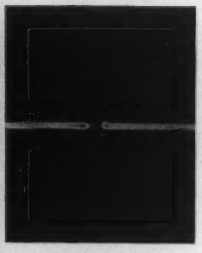


Fig. 14.

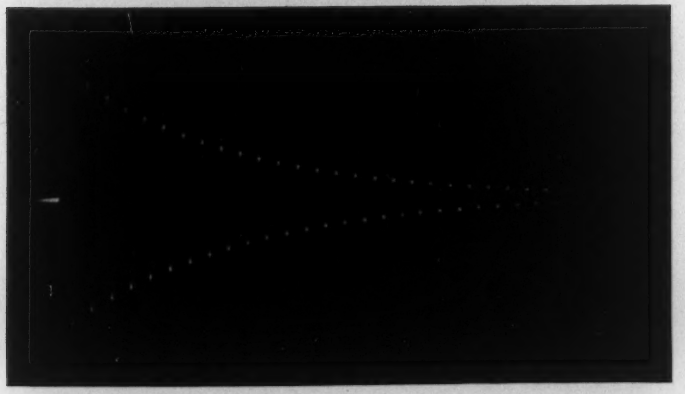


Fig. 9.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

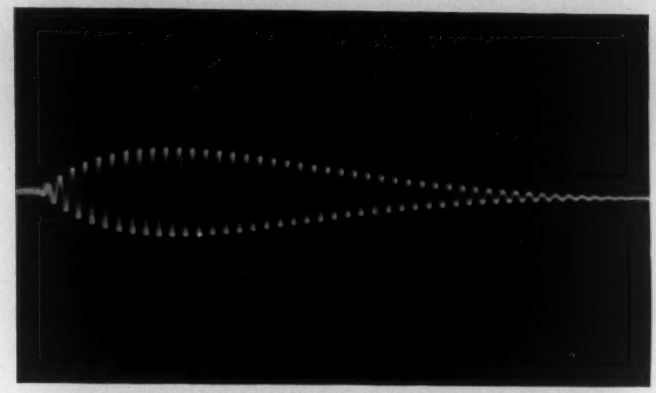


Fig. 10.

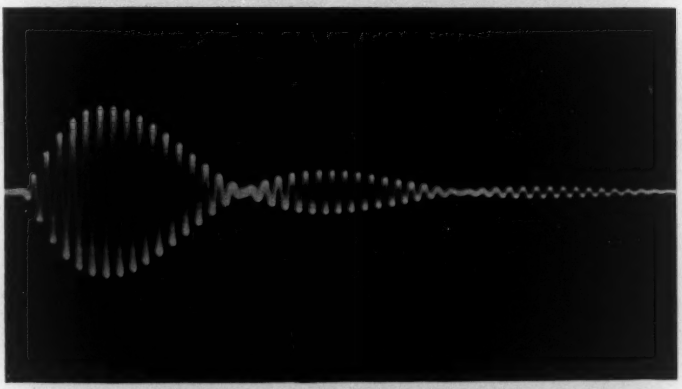


Fig. 11.

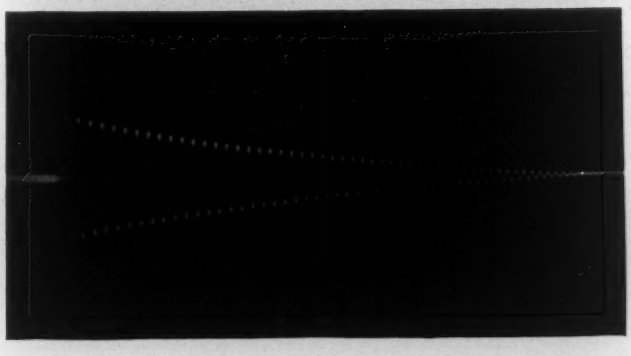
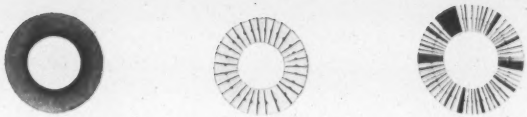


Fig. 12.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY



a b c

a: ungedämpfte Schwingungen. b: unterbrochene Schwingungen (Ton). c: beide Arten gemischt.

Fig. 1.

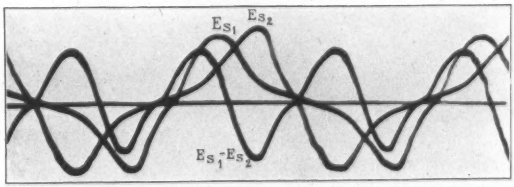


Fig. 3a.

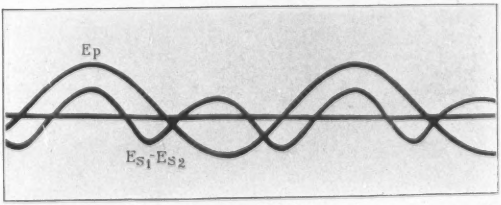


Fig. 3b.